

# ΟΔΗΓΟΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ 2

## Επιλογή, Ανάλυση και Τροποποίηση Έργων με Μαθηματική Πρόκληση για Όλους τους Μαθητές

### Πρόγραμμα EDUCATE



Χρηματοδοτείται από το  
Πρόγραμμα ERASMUS+  
της Ευρωπαϊκής Ένωσης





© 2018

© Αναθεωρημένη έκδοση 2020

*Πανεπιστήμιο Κύπρου*

*Marino Institute of Education και Trinity College Dublin*

*Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών*

*Instituto de Educação, Universidade de Lisboa*

*Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου*

*Επιτροπή Ανάπτυξης και Βελτίωσης της Σχολικής Μονάδας, Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού*

*Δημοτικό Σχολείο Terra Santa*

Το πρόγραμμα με τίτλο «Enhancing Differentiated Instruction and Cognitive Activation in Mathematics Lessons by Supporting Teacher Learning (EDUCATE)» χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η παρούσα δημοσίευση δεσμεύει μόνο τους συντάκτες της και η Επιτροπή δεν ευθύνεται για τυχόν χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.



## Οργανισμοί

## Μέλη<sup>1</sup>



Δρ. Χαράλαμπος Γ. Χαράλαμπος  
Καθηγητής Κωνσταντίνου Κωνσταντίνος  
Γεωργίου Χλόη  
Γεωργίου Κασσάνδρα  
Κασάπη Ευρυδίκη  
Καθηγήτρια Κουτσελίνη Μαίρη  
Δρ. Ολυμπίου Γιώργος  
Δρ. Φιλίππου Σταυρούλα  
Καθηγήτρια Πιπτα-Πανταζή Δήμητρα



Burke Damien  
Concarr Ann  
Dr. Delaney Seán  
Dr. Gurhy Ann Marie  
Dr. Prendergast Mark  
Purtill Trevor  
Timmins Paul



HELLENIC REPUBLIC  
National and Kapodistrian  
University of Athens

Καθηγήτρια Πόταρη Δέσποινα  
Δρ. Ψυχάρης Γιώργος  
Δρ. Τριανταφύλλου Χρυσσαυγή  
Καθηγητής Ζαχαριάδης Θεοδόσιος



Professor da Ponte João Pedro  
Dr. Guimarães Henrique  
Dr. Henriques Ana  
Dr. Santos Leonor  
Dr. Oliveira Hélia



Δρ. Αγαθαγγέλου Σοφία  
Δρ. Χριστοφίδου Έλενα  
Δρ. Παπαδούρης Νίκος



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ  
ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

Δημοσθένους Χρήστος  
Ιωαννίδης Στέλιος  
Δρ. Κυθρεώτης Ανδρέας  
Δρ. Σαββίδης Γιάννης  
Δρ. Στυλιανίδης Μάριος  
Δρ. Θεοδωρίδης Ανδρέας  
Θεοδώρου Ροδούλα  
Δρ. Γιαλουριδής Γιώργος



Δρ. Μιχαηλίδης Γιώργος  
Νικολάου Σάββας

<sup>1</sup> Όλα τα ονόματα παρατίθενται αλφαβητικά.



## ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ 2

### Σχεδιασμός της Διαφοροποίησης: Ανάλυση του Έργου Για Διαφορετικά Επίπεδα Μαθητών

#### Αναμενόμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα

Με το πέρας αυτής της Ανάλυσης Περίπτωσης Πρακτικής, οι εκπαιδευτικοί θα μπορούν:

- Να προσδιορίσουν και να εξηγήσουν τι κάνει ένα έργο απαιτητικό για διαφορετικές ομάδες μαθητών (ΜΣ2)
- Να προσαρμόσουν ή να τροποποιήσουν ένα μαθηματικό έργο για να το κάνουν περισσότερο ή λιγότερο απαιτητικό για διαφορετικές ομάδες μαθητών (ΜΣ3)

#### Σύντομη Περιγραφή των Δραστηριοτήτων και του Τρόπου Υλοποίησής τους

##### Εισαγωγική Δραστηριότητα

 **Ενδεικτική Διάρκεια:** 15 λεπτά

##### «Παρέλαση» Σημειωμάτων

Αυτή η δραστηριότητα είναι ένας καλός τρόπος για να αποκτήσετε μια γενική αίσθηση για το τι είδους ερωτήσεις, ανησυχίες, ιδέες ή θέματα μπορεί να έχουν οι συμμετέχοντες από την προηγούμενη ανάλυση περίπτωσης πρακτικής. Στους μαθητές παρέχονται δύο ερωτήσεις/προτροπές για τις οποίες πρέπει να δημιουργήσουν ιδέες. Για να πραγματοποιήσετε αυτή τη δραστηριότητα, δώστε σε κάθε συμμετέχοντα λίγα χαρτάκια σημειώσεων (ο αριθμός τους εξαρτάται από τον διαθέσιμο χρόνο) και αφήστε τους να γράψουν μια ιδέα/ζήτημα/ανησυχία/ερώτηση σε κάθε χαρτάκι. Οι συμμετέχοντες, στη συνέχεια, τοποθετούν τα χαρτάκια στον πίνακα ή στον τοίχο. Ανάλογα με την ερώτηση ή προτροπή, ίσως είναι χρήσιμο να ζητήσετε από τους συμμετέχοντες να τοποθετήσουν τα χαρτάκια σε περιοχές ομαδοποιημένα ανά θέμα/ανησυχία. Ο στόχος αυτής της δραστηριότητας είναι να βοηθήσει τους εκπαιδευτικούς να εξετάσουν θέματα, εκτός από την επιλογή έργων, τα οποία είναι σημαντικά για τον εκπαιδευτικό να λάβει υπόψη κατά τον σχεδιασμό του μαθήματος.

##### Δραστηριότητα 1 - Ανάλυση της Διδακτικής Πρακτικής

 **Ενδεικτική Διάρκεια:** 60 λεπτά

##### Λέσχη Ανάλυσης Οπτικογραφημένων Διδασκαλιών

Κατά την προηγούμενη συνάντηση, οι εκπαιδευτικοί κλήθηκαν να επιλέξουν δύο έργα από τα δικά τους αναλυτικά προγράμματα, ένα γνωστικά απαιτητικό και ένα λιγότερο γνωστικά απαιτητικό, να



σχεδιάσουν και να οπτικογραφήσουν ένα μάθημα κατά το οποίο εφάρμοσαν το γνωστικά απαιτητικό έργο, καθώς και να παρακολουθήσουν και να καθορίσουν σε ποιο επίπεδο εφαρμόστηκε το έργο. Οι εκπαιδευτικοί κλήθηκαν επίσης να επιλέξουν μικρά αποσπάσματα (συνήθως 3-5 λεπτά το καθένα) στα οποία το επίπεδο πρόκλησης είτε διατηρήθηκε είτε προσαρμόστηκε. Τουλάχιστον μια εβδομάδα πριν από τη σημερινή συνάντηση, οι εκπαιδευτικοί θα έπρεπε να έχουν στείλει μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου το οπτικογραφημένο μάθημα τους μέσω του «We Transfer», καθώς και το επιλεγμένο έργο, τις χρονικές στιγμές των αποσπασμάτων που πιστεύουν ότι αποτυπώνουν την εστίαση της δραστηριότητας και μια σύντομη σημείωση εξηγώντας το σκεπτικό τους για την επιλογή αυτών των επεισοδίων. Επειδή αυτή είναι η πρώτη στη Διδακτική Ενότητα 2 που οι εκπαιδευτικοί μοιράζονται αποσπάσματα από τη διδασκαλία τους, οι παρακάτω λεπτομερείς οδηγίες για τους εκπαιδευτές εκπαιδευτικών (τα οποία συζητήθηκαν επίσης στη Διδακτική Ενότητα 1) είναι χρήσιμες για να καταστήσουν την πρώτη συνάντηση της λέσχης ανάλυσης οπτικογραφημένων διδασκαλιών μια θετική εμπειρία για τους εκπαιδευτικούς:

- Η Δραστηριότητα 1 της Ανάλυσης 2 σας παρέχει την ευκαιρία να ελέγξετε την κατανόηση των εκπαιδευτικών σχετικά με τις βασικές ιδέες της προηγούμενης συνάντησης (δηλαδή, επιλογή γνωστικά απαιτητικές έργα έργων, ανάλυση έργων και προσδιορισμός του τι τα καθιστά γνωστικά απαιτητικά χρησιμοποιώντας τον ΟΑΕ και σύγκριση του επιπέδου της γνωστικής πρόκλησης όπως παρουσιάζεται στο υλικό του αναλυτικού προγράμματος με το επίπεδο γνωστικής πρόκλησης όπως εφαρμόζεται κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας). Παρέχει επίσης την ευκαιρία στους εκπαιδευτικούς να παρατηρήσουν και να ερμηνεύσουν τις αλληλεπιδράσεις που συμβαίνουν στις τάξεις και με αυτό τον τρόπο να αναπτύξουν «επαγγελματικό όραμα». Μπορείτε να αξιοποιήσετε τις ερωτήσεις της εισαγωγικής δραστηριότητας για να ξεκινήσετε μία συζήτηση γύρω από τα αποσπάσματα.
- **Πριν από τη σημερινή συνάντηση**, παρακολουθήστε προσεκτικά τα οπτικογραφημένα μαθήματα όλων των εκπαιδευτικών, μελετήστε το υλικό που θα σας έχουν αποστείλει οι εκπαιδευτικοί και αποφασίστε ποια από τα αποσπάσματα είναι καταλληλότερα για την έναρξη μιας γόνιμης συζήτησης γύρω από τα ζητήματα της προηγούμενης συνάντησης. Ενώ παρακολουθείτε τα αποσπάσματα, μπορείτε να σημειώνετε ενέργειες/πρακτικές των εκπαιδευτικών που προκύπτουν στα βίντεο και τις οποίες θεωρείτε ενδιαφέρουσες. Η επιλογή των αποσπασμάτων που θα προβληθούν είναι πολύ σημαντική και θα πρέπει συνειδητά να βασίζεται στον στόχο της δραστηριότητας. Πρέπει, λοιπόν, να είστε προσεκτικοί με την επιλογή των αποσπασμάτων, αφού μέσω αυτών θα αναδείξετε κεντρικά ζητήματα και πρακτικές, όπως αναφύονται από τα οπτικογραφημένα μαθήματα. Για παράδειγμα, ένας εκπαιδευτικός μπορεί να έχει επιλέξει αποσπάσματα που θα σας βοηθήσουν να αναδείξετε σημαντικές αρχές και πρακτικές για διατήρηση του επιπέδου μαθηματικής πρόκλησης, ενώ τα αποσπασματα που έχει επιλέξει κάποιος άλλος εκπαιδευτικός να μην εξυπηρετούν τον σκοπό

αυτής της δραστηριότητας. Δείξτε ότι εκτιμάτε τις επιλογές ή τις ανησυχίες των εκπαιδευτικών, συμπεριλαμβάνοντας κάποια από τα αποσπάσματα που εισηγούνται. Θυμηθείτε, ωστόσο, ότι στόχος της δραστηριότητας είναι να επικεντρωθείτε σε συγκεκριμένες πρακτικές που εφαρμόστηκαν κατά τη διάρκεια του επεισοδίου, να εξετάσετε την επίδρασή τους στις ευκαιρίες μάθησης των μαθητών και να κάνετε εισηγήσεις για βελτίωση.

- Δεδομένου ότι αυτή είναι η πρώτη φορά που οι εκπαιδευτικοί μοιράζονται αποσπάσματα από τη διδασκαλία τους, ο ρόλος σας ως εκπαιδευτή είναι ιδιαίτερα κρίσιμος για την εξέλιξη των επόμενων λεσχών ανάλυσης (Βλέπε Γενικές Οδηγίες για περισσότερες πληροφορίες). Οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να αισθάνονται άνετοι να μοιραστούν τα αποσπάσματά τους με τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας και σε καμία περίπτωση να μην αισθανθούν την αποδοκιμασία των συναδέλφων τους ή τη δική σας, εάν κάτι δεν «δούλεψε» όπως θα αναμενόταν. Για παράδειγμα, οι εκπαιδευτικοί μπορεί να επιλέξουν ένα απόσπασμα στο οποίο το επίπεδο πρόκλησης μειώθηκε ή ένα απόσπασμα στο οποίο πιστεύουν ότι διατήρησαν το επίπεδο πρόκλησης υψηλό, χωρίς όμως αυτό να είναι αληθές. Σε τέτοιες περιπτώσεις, θα πρέπει να είστε πολύ προσεκτικοί ώστε να μην προσβάλετε τους εκπαιδευτικούς, αλλά να σχολιάσετε με έμφαση στη διδασκαλία και όχι στον διδάσκοντα. Συνεπώς, είναι πολύ σημαντικό να επισημάνετε από την αρχή της δραστηριότητας ότι τα αποσπάσματα αξιοποιούνται ως καταγραφές πρακτικής που θα σας βοηθήσουν να κατανοήσετε καλύτερα και να μάθετε μέσα από αλληλεπιδράσεις σε πραγματικές συνθήκες τάξης για να βελτιώσετε την προσέγγισή σας. Ζητήστε από τους εκπαιδευτικούς **να αναφέρονται στους εκπαιδευτικούς γενικά**, χωρίς να κατονομάζουν τον εκπαιδευτικό σε κάθε βίντεο και να κατανοήσουν ότι δεν υπάρχει αλάνθαστη διδασκαλία. Εξηγήστε ότι η πρόθεσή σας, ενώ παρακολουθείτε τα αποσπάσματα, είναι να αρχίσετε να παρατηρείτε και να ερμηνεύετε αποφάσεις και ενέργειες που λειτούργησαν καλά ή που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε αποτελεσματικότερες αλληλεπιδράσεις μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών, παρά να αξιολογήσετε τον εκπαιδευτικό ή το μάθημά του. Ένας καλός τρόπος για να κάνετε τους εκπαιδευτικούς να νιώσουν άνετα είναι να ξεκινήσετε με την προβολή ενός αποσπάσματος από μια δική σας διδασκαλία, ή ενός εκπαιδευτικού που έχει την αυτοπεποίθηση να «μοιραστεί» την διδασκαλία του. Επιπλέον, συνίσταται οι εκπαιδευτικοί να ξεκινούν τον σχολιασμό τους αναφερόμενοι σε θετικά στοιχεία της διδασκαλίας και έπειτα να εξηγούν τι θα μπορούσε να βελτιωθεί, ως κριτικοί φίλοι. Μπορείτε να ζητήσετε από τους εκπαιδευτικούς να αναφέρουν κάτι που θεωρούν θετικό ή βοηθητικό στο απόσπασμα και να αιτιολογήσουν την άποψή τους ή να θέσουν ένα ερώτημα που τους έχει δημιουργηθεί κατά την παρακολούθηση του αποσπάσματος. Μην ξεχνάτε να δίνετε χρόνο στους εκπαιδευτικούς, προκειμένου να παρέχουν πολλαπλές απαντήσεις σε κάθε ένα από τα ερωτήματά σας και να προτείνουν λύσεις στα ερωτήματα των συναδέλφων τους.





- Κατά την πρώτη συνάντηση της Λέσχης Ανάλυσης Οπτικογράφησης Διδασκαλίας, είναι επίσης πολύ σημαντικό να καθοριστούν από κοινού κάποιοι κανόνες σχετικά με το ποιων τα αποσπάσματα θα παρουσιαστούν και με ποια σειρά. Για παράδειγμα, μπορείτε να συμφωνήσετε σε εκ περιτροπής προβολή των αποσπασμάτων, ώστε σε κάθε επόμενη συνάντηση να προβάλλεται τουλάχιστον ένα απόσπασμα από κάθε εκπαιδευτικό.

## Δραστηριότητα 2 - Αναλύοντας τους Παράγοντες που Επηρεάζουν την Εφαρμογή του Έργου



**Ενδεικτική Διάρκεια:** 15 λεπτά

Σε αυτή τη δραστηριότητα, οι εκπαιδευτικοί καλούνται (α) να σκεφτούν προηγούμενα μαθήματα που δίδαξαν, καθώς και δύο αποσπάσματα από συνεντεύξεις της ομάδας του EDUCATE που πραγματοποιήθηκαν με εκπαιδευτικούς πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης κατά την πρώτη φάση του προγράμματος και (β) να ετοιμάσουν ένα κατάλογο με ένα αριθμό παραγόντων που μπορεί να επηρεάσουν το επίπεδο της προβλεπόμενης μαθηματικής πρόκλησης των έργων όπως έχει σχεδιαστεί για την παρουσίαση και υλοποίηση του έργου. Οι καθοδηγητικές ερωτήσεις της προηγούμενης Δραστηριότητας μπορούν να σας βοηθήσουν στην ομαλή μετάβαση από τα αποσπάσματα της ΛΑΟΔ στη Δραστηριότητα 2. Για παράδειγμα, στην προηγούμενη δραστηριότητα, οι συμμετέχοντες θα μπορούσαν να εξετάσουν εάν η υλοποίηση των έργων ξεδιπλώθηκε ακριβώς όπως σχεδίαζαν ή όχι και στη συνέχεια, σε αυτή τη δραστηριότητα, να προτείνουν ορισμένους παράγοντες που επηρεάζουν το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησης. Δώστε στους συμμετέχοντες 4-5 λεπτά για να διαβάσουν τα αποσπάσματα της συνέντευξης και να εργαστούν είτε ατομικά είτε σε ζεύγη. Έπειτα, ζητήστε τους να μοιραστούν τις απαντήσεις τους με όλη την ομάδα. Κατά τη διάρκεια αυτής της κοινής συζήτησης, μπορείτε να προβείτε στη δημιουργία διάφορων ομάδων παραγόντων (π.χ., παράγοντες που σχετίζονται με τους μαθητές, παράγοντες που σχετίζονται με τους εκπαιδευτικούς, παράγοντες που σχετίζονται με την τάξη, εξωτερικοί παράγοντες, παράγοντες που σχετίζονται με την αυτόνομη εργασία των μαθητών ή τη συζήτηση στην ολομέλεια της τάξης κλπ.) και στην καταγραφή τους σε έναν πίνακα καθώς οι συμμετέχοντες μοιράζονται τις ιδέες και τα παραδείγματά τους. Οι εκπαιδευτικοί θα μπορούσαν ενδεχομένως να αναφερθούν σε ορισμένους παράγοντες που επηρεάζουν το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησης, όπως:

- Χειρισμός της ετερογένειας της τάξης
- Τα διαφορετικά επίπεδα ετοιμότητας και/ή ικανοτήτων των μαθητών, τα ενδιαφέροντα και οι στυλ μάθησης
- Διαφορετικοί μαθησιακοί ρυθμοί μέσα στην ίδια τάξη
- Οι προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών (μερικοί μαθητές (δεν) έχουν τις απαραίτητες γνώσεις για να προχωρήσουν στη νέα γνώση)
- Αντιμετώπιση προβλημάτων διαχείρισης της τάξης
- Οργάνωση της τάξης με σωστό τρόπο και υπέρβαση των υφιστάμενων / καθιερωμένων νορμών της τάξης
- Διαχείριση χρονικών περιορισμών



- Πίεση για κάλυψη ενός υπερ-φορτωμένου προγράμματος σπουδών
- Οδηγίες από το Υπουργείο/Διευθυντές σχετικά με το τι πρέπει να διδαχθεί και πώς
- Ορισμένοι δείκτες επιτυχίας που πρέπει να φτάσουν οι μαθητές μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς
- Πρόβλεψη των δυσκολιών των μαθητών
- Αναγνώριση των απαιτητικών στοιχείων των έργων
- Περιορισμένη (σε περιεχόμενο ή / και παιδαγωγική) γνώση ή εμπειρία του εκπαιδευτικού
- Παρακολούθηση της ομαδικής εργασίας των μαθητών / ανταπόκριση στις ιδέες των μαθητών και προσφορά κατάλληλης υποστήριξης. Επιτυχία της κατάλληλης ισορροπίας μεταξύ της προσφοράς καθοδήγησης και της μετατόπισης της ευθύνης για την πραγματοποίηση ουσιαστικής σκέψης στους μαθητές
- Προσαρμογή του σχεδιασμού στις ανάγκες των μαθητών
- Επιλογή και αλληλουχία των στρατηγικών των μαθητών / καθοδήγηση της συζήτησης με παραγωγικό τρόπο. Αυτό απαιτεί τη λήψη αποφάσεων για το τι πρέπει να αγνοηθεί, να αναγνωριστεί απλώς ή να αναλυθεί εκτεταμένα

Μετά από αυτό, αναφέρετε ότι η αντιμετώπιση αυτής της πολυπλοκότητας δεν είναι μια εύκολη υπόθεση, αλλά είναι εφικτή όταν λαμβάνετε υπόψη και προσπαθείτε να χειριστείτε έναν ή δύο παράγοντες κάθε φορά. Επίσης, δεν ισχύουν όλοι οι παράγοντες στην πραγματικότητα της τάξης και της διδασκαλίας σας. Η γνώση αυτών των παραγόντων που επηρεάζουν το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησης και η οργάνωσή τους σε ομάδες που αντανακλούν ορισμένα βασικά συστατικά που επηρεάζουν τη δουλειά και τη σκέψη των μαθητών (π.χ., παράγοντες που σχετίζονται με τους μαθητές, το περιβάλλον, τους εκπαιδευτικούς κλπ.) αποτελούν ένα πρώτο βήμα για να ξεκινήσετε το χειρισμό της επίδρασης των παραγόντων αυτών. Το σημαντικό συμπέρασμα από αυτή τη δραστηριότητα είναι ότι οι παράγοντες αυτοί δεν πρέπει να υποτιμηθούν διότι με τον ένα ή τον άλλο τρόπο μπορούν να επηρεάσουν το τι μαθαίνουν οι μαθητές. Βεβαιώστε τους εκπαιδευτικούς ότι αυτοί οι παράγοντες, ειδικά εκείνοι που σχετίζονται με τους μαθητές, θα εξεταστούν σε βάθος στην επόμενη ανάλυση περίπτωσης πρακτικής. Υπογραμμίστε, ωστόσο, ότι είναι επίσης σημαντικό να εξεταστεί το ίδιο το έργο και οι δυνατότητες του έργου ως έχει (ή με τροποποιήσεις) για τη μάθηση των μαθητών.

Στη συνέχεια, ενημερώστε τους συμμετέχοντες ότι σε αυτή την ανάλυση περίπτωσης πρακτικής θα αναστείλετε τη συζήτηση γύρω από θέματα που σχετίζονται με τους μαθητές και θα εστιάσετε περισσότερο στο έργο και τις δυνατότητές του. Θα υποθέσετε ότι, όταν εφαρμόζεται ένα έργο, μπορούν να εντοπιστούν τουλάχιστον τρεις διαφορετικές (όχι σταθερές) ομάδες μαθητών: μαθητές με υψηλή επίδοση, μαθητές με μεσαία επίδοση και μαθητές με χαμηλή επίδοση. Στις υπόλοιπες δραστηριότητες της Ανάλυσης Περίπτωσης Πρακτικής 2, θα εξετάσετε πώς οι εκπαιδευτικοί μπορούν να προγραμματίσουν τρόπους με τους οποίους μπορούν να βοηθηθούν στο να υποστηρίξουν αυτές τις διαφορετικές ομάδες μαθητών χωρίς να μειωθεί η μαθηματική πρόκληση των έργων.



### Δραστηριότητα 3 - Σχεδιασμός Χρήσης Ενεργοποιητών και Επεκτάσεων



**Ενδεικτική Διάρκεια:** 60 λεπτά

Το επίκεντρο αυτής της ενότητας είναι να βοηθήσει τους εκπαιδευτικούς να καταλάβουν ότι ένας τρόπος αντιμετώπισης της πολυπλοκότητας που συζητήθηκε στην προηγούμενη δραστηριότητα είναι η ανάπτυξη και χρήση **διαβαθμισμένων έργων**. Όπως εξηγείται στη σελίδα 38 της Διδακτικής Ενότητας 2, τα διαβαθμισμένα έργα είναι μια σειρά αλληλένδετων έργων ποικίλης πολυπλοκότητας που επικεντρώνονται στο ίδιο περιεχόμενο ή στον ίδιο στόχο του προγράμματος σπουδών. Οι εκπαιδευτικοί συνήθως ζητούν από τους μαθητές να εμπλακούν σε ένα «**Βασικό έργο**»; αλλά μερικές φορές πρέπει να αναπτύξουν τους **ενεργοποιητές** για να «ενεργοποιήσουν» τη σκέψη των μαθητών όταν χρειάζονται επιπλέον υποστήριξη ή καθοδήγηση με το Βασικό έργο ώστε να προχωρήσουν, και **επεκτάσεις** για να «επεκτείνουν» τη σκέψη των μαθητών οι οποίοι χρειάζονται μεγαλύτερη μαθηματική πρόκληση από εκείνη που παρουσιάζεται από το Βασικό έργο.

Επιτρέψτε στους εκπαιδευτικούς περίπου 10 λεπτά να διαβάσουν το έργο «Σχηματισμός -V» και την συνοδευτική αφήγηση από μια πραγματική αλληλεπίδραση εκπαιδευτικού-μαθητών κατά τη διάρκεια της αυτόνομης εργασίας των μαθητών και να εξετάσουν τις καθοδηγητικές ερωτήσεις που ακολουθούν. Στη συνέχεια, ξεκινήστε μια συζήτηση 10 λεπτών που να επικεντρώνεται στην αποτελεσματικότητα του τρόπου που χρησιμοποίησε ο εκπαιδευτικός για να διαχειριστεί την πολυπλοκότητα των έργων. Το πρώτο πράγμα που πρέπει να καταλάβουν οι εκπαιδευτικοί είναι το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησης του έργου σύμφωνα με τον ΟΑΕ. Ζητήστε από τους εκπαιδευτικούς να μοιραστούν τις απαντήσεις τους σε αυτό το ερώτημα δικαιολογώντας τις ιδέες τους, π.χ. αυτό είναι ένα έργο «ουσιαστικής ενασχόλησης με τα μαθηματικά» διότι ζητά από τους μαθητές να παρατηρήσουν, να προσδιορίσουν και να επεκτείνουν ένα αλγεβρικό μοτίβο χρησιμοποιώντας ένα πραγματικό περιβάλλον (Ερώτηση α). Τα πολλαπλά στάδια του έργου βοηθούν τους μαθητές να αναπτύξουν σταδιακά μια γενίκευση του μοτίβου σχηματισμού V (ερωτήσεις β, γ) και στη συνέχεια να εφαρμόσουν αυτόν τον «κανόνα» για να βρουν τον αριθμό των κουκίδων ενός δεδομένου όρου/ σχηματισμού ή τον αριθμό σχηματισμό ενός συγκεκριμένου αριθμού κουκκίδων (ερωτήσεις δ- στ). Μετά από αυτό, ζητήστε από τους εκπαιδευτικούς να εξετάσουν κατά πόσο αυτή η πολυπλοκότητα διατηρήθηκε κατά την παρουσίαση και την εφαρμογή του έργου. Ακολουθούν μερικά σημεία που αξίζουν να παρατηρήσετε και να σχολιάσετε καθώς διευκολύνετε τη συζήτηση:

- Ποιοι παράγοντες καθιστούν εύκολο/δύσκολο για τον εκπαιδευτικό να διαχειριστεί την πολυπλοκότητα;
- Τι νομίζετε για τον τρόπο με τον οποίο ο εκπαιδευτικός προσπάθησε να υποστηρίξει τον Μάρκο/Μαίρη/ Πέτρο;
- Τι πιστεύετε για την σειρά με την οποία ο εκπαιδευτικός προσέγγισε διαφορετικούς μαθητές;
- Ο εκπαιδευτικός κατάφερε να διατηρήσει τη μαθηματική πρόκληση και για τους τρεις μαθητές;
- Υπήρχε κάτι που ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να είχε κάνει διαφορετικά για να διαχειριστεί πιο αποτελεσματικά την πολυπλοκότητα;

Στη συνέχεια, οι εκπαιδευτικοί λαμβάνουν ένα παρόμοιο αλγεβρικό έργο ενός Ιρλανδού εκπαιδευτικού συνοδευόμενο από ένα απόσπασμα του σχεδίου μαθήματος στο οποίο ο εκπαιδευτικός σχεδίασε να χρησιμοποιήσει «Ενεργοποιητές» και «Επεκτάσεις» ως έναν τρόπο διαχείρισης της πολυπλοκότητας του έργου. Επιτρέψτε στους εκπαιδευτικούς 2-3 λεπτά να διαβάσουν το έργο και στη συνέχεια να ζητήστε τους να εξετάσουν το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησης του έργου (και ενδεχομένως να βρουν με ποιους τρόπους το έργο των 'Καρεκλών' είναι παρόμοιο με το έργο «Σχηματισμός V», π.χ. είναι και τα δύο υψηλής γνωστικής πρόκλησης, οι μαθητές να πρέπει να παρατηρούν, να αναγνωρίζουν και να επεκτείνουν ένα αλγεβρικό μοτίβο και να γενικεύουν έναν κανόνα για τον τρόπο εξέλιξης του μοτίβου). Στη συνέχεια, ζητήστε από τους εκπαιδευτικούς να διαβάσουν το απόσπασμα του σχεδίου μαθήματος και στη συνέχεια να μελετήσουν τις καθοδηγητικές ερωτήσεις. Πρώτο, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να επικεντρωθούν στην κατανόηση του τρόπου με τον οποίο ο εκπαιδευτικός σχεδίαζε να χρησιμοποιήσει «Ενεργοποιητές» και «Επεκτάσεις» (καθοδηγητική ερώτηση 1). Για να απαντήσουν σε αυτή την ερώτηση, μπορούν να επικεντρωθούν στην περιγραφή που προηγείται κάθε ενεργοποιητή και επέκτασης και να εξετάσουν με ποιον τρόπο οι ενεργοποιητές ή οι επεκτάσεις μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές που ενδέχεται να έχουν δυσκολίες στο βασικό έργο και αυτούς που τελειώνουν πρώτοι, αντίστοιχα. Ειδικότερα, μπορείτε να ενθαρρύνετε τους εκπαιδευτικούς να δώσουν προσοχή στα ακόλουθα σημεία:

- Ποιοι μαθητές μπορούν να επωφεληθούν από τη χρήση αυτών των ενεργοποιητών / επεκτάσεων;
  - ο "Εισαγάγετε τον Ενεργοποιητή 1 όπως απαιτείται στους μαθητές που δεν θεωρούν ... τα δεδομένα."
  - ο "Παρακολουθήστε τη χρήση του Ενεργοποιητή 1 και εισαγάγετε τον Ενεργοποιητή 2 σε μαθητές που ... το καθορισμένο μέγεθος των καρεκλών".
  - ο "Κατά τη διάρκεια της αυτόνομης εργασίας για την ερώτηση 1, οι μαθητές που ολοκληρώνουν γρήγορα και με ακρίβεια τις ερωτήσεις 1 - 5 ... πρέπει να λάβουν Ενεργοποιητές 1 & 2."
- Ποια είναι η βασική ιδέα με την οποία θα δουλέψει κάθε ομάδα μαθητών;
- Ποιο θα πρέπει να είναι το αρχικό επίπεδο ενός μαθητή σε σχέση με τη συμμετοχή/ ετοιμότητά/ γνώση του που χρησιμοποιεί π.χ. τον Ενεργοποιητή1;

Η δεύτερη καθοδηγητική ερώτηση πρέπει να βοηθήσει τους εκπαιδευτικούς να αρχίσουν να σκέφτονται σταδιακά τη συμβολή ενεργοποιητών και επεκτάσεων στο χειρισμό της πολυπλοκότητας των έργων κατά την παρουσίαση και υλοποίηση των έργων. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν ενδεχομένως να συζητήσουν ότι κάθε τάξη χαρακτηρίζεται από ετερογένεια όσον αφορά το επίπεδο ικανότητας των μαθητών, το επίπεδο ετοιμότητας/προϋπαρχουσών γνώσεων και το ρυθμό μάθησης. Ως εκ τούτου, ο εκπαιδευτικός πρέπει να βρει έναν τρόπο να βοηθήσει τους μαθητές να εργαστούν με το περιεχόμενο σε ένα κατάλληλο επίπεδο πρόκλησης. Ένας τρόπος να γίνει αυτό είναι η χρήση «Ενεργοποιητών» και «Επεκτάσεων» που είναι σε επίπεδο που βασίζεται στις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών και ενθαρρύνει τη συνεχιζόμενη μάθηση



(όντας τέτοια, αυτά τα έργα αντιστοιχούν στην ιδέα του Vygotsky για εργασία με τους μαθητές στα πλαίσια της Ζώνης Επικείμενης Ανάπτυξής τους ). Τα διαβαθμισμένα έργα διευκολύνουν τον εκπαιδευτικό να διαχειριστεί την πολυπλοκότητα των έργων επειδή:

- Βοηθούν όλους τους μαθητές να επικεντρωθούν σε βασικές/πυρηνικές έννοιες και ιδέες
- Επιτρέπουν στους μαθητές να ξεκινήσουν να μαθαίνουν από εκεί που βρίσκονται τώρα
- Προσαρμόζουν το έργο με βάση την πολυπλοκότητα, τον αριθμό των βημάτων και την ανεξαρτησία για να διασφαλιστεί ότι οι μαθητές εργάζονται σε κατάλληλα απαιτητικά έργα (όχι πολύ δύσκολα, όχι πολύ εύκολα)
- Επεκτείνουν τις έννοιες και τις ανάλογα με στην ετοιμότητα των μαθητών
- Επιτρέπουν στους μαθητές να οργανώσουν τη δουλειά τους σύμφωνα με τον τρόπο στυλ μάθησής τους και χρησιμοποιούν ποικίλες/α πηγές/ υλικά σε διαφορετικά επίπεδα πολυπλοκότητας
- Επιτρέπουν σε όλους τους μαθητές να συμμετάσχουν και να μάθουν (π.χ., οι μαθητές που βαριούνται ή βρίσκουν δύσκολο το Βασικό Έργο συνήθως μπορεί να διακόψουν το μάθημα)
- Ενεργοποιούν τους μαθητές που χρειάζονται περισσότερη υποστήριξη και καθοδήγηση στο «Βασικό Έργο» και επεκτείνουν τη σκέψη εκείνων των μαθητών που κατάφεραν να επιλύσουν το έργο αρκετά γρήγορα και με ακρίβεια

Στη συνέχεια, δίνεται στους εκπαιδευτικούς ένα κείμενο το οποίο χρησιμοποιεί μια συγκεκριμένη μεταφορά (δηλ., «Η Σκάλα της Διαφοροποίησης Έργων») για να τους βοηθήσει να κατανοήσουν το ρόλο των Ενεργοποιητών και των Επεκτάσεων (δηλ. των Διαβαθμισμένων Έργων) ως δύο χρήσιμα εργαλεία διαφοροποίησης. Επιτρέψτε στους εκπαιδευτικούς 5-6 λεπτά να διαβάσουν το κείμενο και ξεκινήστε μια συζήτηση ζητώντας τους να περιγράψουν και να εξηγήσουν την αναπαράσταση στη σελίδα 35 και τι κατάλαβαν από την ανάγνωση του κειμένου. Μπορείτε να έχετε την αναπαράσταση σε μια διαφάνεια Power Point για να βοηθήσετε τη συζήτηση να κυλήσει ομαλά και να τονίσετε το νόημα πίσω από αυτή τη μεταφορά: Το εκτεταμένο έργο (επέκταση) βοηθά έναν εκπαιδευτικό να διαφοροποιήσει το Βασικό Έργο τουλάχιστον ένα επίπεδο προς τα πάνω, ορισμένοι μαθητές μπορεί να είναι έτοιμοι να εργαστούν με το βασικό έργο ενώ άλλοι πρέπει να εργαστούν σε μια τροποποιημένη εκδοχή του βασικού έργου, τουλάχιστον ένα επίπεδο προς τα κάτω (ενεργοποιητής), επειδή δεν διαθέτουν τις απαραίτητες γνώσεις. Βοηθήστε τους εκπαιδευτικούς, μέσω αυτής της συζήτησης, να συνειδητοποιήσουν ότι η σκάλα μπορεί να αποτελείται από περισσότερα από ένα σκαλιά ενεργοποιητών και επέκτασης, ανάλογα με τη σύνθεση της τάξης, τη δυσκολία του έργου, τα ενδιαφέροντα των μαθητών, τα επίπεδα ετοιμότητας, κλπ. Στην πραγματικότητα, κάθε σκαλί στην σκάλα μπορεί να αντιστοιχεί σε διαφορετική ομάδα μαθητών, ανάλογα με τα επίπεδα ετοιμότητας των μαθητών, τα ενδιαφέροντα, τις προηγούμενες γνώσεις και τις δυσκολίες. Κατά τη διάρκεια αυτής της συζήτησης, θα μπορούσε επίσης να τονιστεί ότι η απλοποιημένη εκδοχή της σκάλας (με τρία σκαλιά) μπορεί να χρησιμεύσει ως σημείο εκκίνησης για τη διαχείριση της πολυπλοκότητας. Μόλις οι εκπαιδευτικοί είναι άνετοι να δουλεύουν με έργα σε τρία επίπεδα, μπορούν να εργαστούν στην ενσωμάτωση περισσότερων σκαλιών / τροποποιημένων έργων στη διδασκαλία τους.



Στο επόμενο μέρος αυτής της δραστηριότητας, οι εκπαιδευτικοί λαμβάνουν τρία μαθηματικά έργα<sup>2</sup> ως «Βασικά Έργα» και καλούνται να δημιουργήσουν μια διαβαθμισμένη δραστηριότητα η οποία μπορεί να έχει ένα ή περισσότερα επίπεδα ετοιμότητας (επίπεδα προς τα πάνω και προς τα κάτω), έτσι ώστε όλοι οι μαθητές να συμμετέχουν και να μαθαίνουν. Ανάλογα με τον διαθέσιμο χρόνο και τις ανάγκες του ακροατηρίου σας, μπορείτε να αφήσετε τους συμμετέχοντες να εργαστούν σε ένα ή περισσότερα από αυτά τα έργα (π.χ., ίσως προτιμάτε να παραλείψετε το έργο χαμηλότερων βαθμίδων πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης εάν οι συμμετέχοντες είναι εκπαιδευτικοί υψηλότερων βαθμίδων). Ο στόχος είναι για κάθε εκπαιδευτικό να προτείνει τουλάχιστον έναν Ενεργοποιητή και τουλάχιστον μια Επέκταση για τουλάχιστον ένα από τα έργα, προκειμένου να εφαρμόσει αυτά που έμαθε από τα προηγούμενα μέρη της δραστηριότητας. Επιτρέψτε στους εκπαιδευτικούς περίπου 10 λεπτά να εργαστούν σε αυτό το έργο ατομικά ή σε ζεύγη. Στη συνέχεια, εάν υπάρχει διαθέσιμος χρόνος, αρχίστε μια συζήτηση στην οποία οι εκπαιδευτικοί θα παρουσιάσουν τις ιδέες/ προτάσεις τους (όχι απαραίτητα σε γραπτή μορφή). Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε έναν πίνακα ή μια διαφάνεια Power Point για να καταγράψετε τις ιδέες τους και να τις μοιραστείτε μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου μετά από τη σημερινή συνάντηση. Κάθε φορά ζητήστε τους να εξηγήσουν στους άλλους συμμετέχοντες πώς σκέφτηκαν τους διάφορους «βαθμούς δυσκολίας» στα διάφορα επίπεδα/ομάδες μαθητών χρησιμοποιώντας τη γλώσσα διαφοροποίησης (π.χ., πιο δομημένα/ανοικτά έργα, παροχή λιγότερης/μεγαλύτερης ανεξαρτησίας, για μαθητές με πιο αργό/γρήγορα ρυθμό μάθησης, απλούστερο/πιο σύνθετο έργο /ερώτηση, βαθμοί δυσκολίας/ ετοιμότητας, ενδιαφέρον, ελκυστικό, επικεντρώνεται σε βασικές/σημαντικές ιδέες, για προχωρημένους μαθητές/μαθητές που δυσκολεύονται κ.λπ.). Εάν δεν υπάρχει αρκετός χρόνος για να γίνει αυτό, μέρος αυτής της συζήτησης θα μπορούσε να ενσωματωθεί στην Καταληκτική δραστηριότητα.

Πιθανοί ενεργοποιητές και επεκτάσεις για το Έργο 1 (Επίπεδο Πρόκλησης Βασικού Έργου: Ουσιαστική Ενασχόληση με τα Μαθηματικά):

#### Πιθανοί Ενεργοποιητές

#### Πιθανές Επεκτάσεις

<sup>2</sup> Οι συμμετέχοντες μπορεί να θεωρήσουν ότι τα προτεινόμενα έργα δεν είναι κοντά στα έργα που χρησιμοποιούν στην καθημερινή τους πρακτική και ενδέχεται να αντιμετωπίσουν δυσκολίες στο να σκεφτούν και να αναπτύξουν ενεργοποιητές και επεκτάσεις. Έτσι, θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν έργα που φέρνουν οι συμμετέχοντες ή χρησιμοποιούν στα μαθήματά τους και να αναπτυχθούν επεκτάσεις και ενεργοποιητές για αυτά. Εναλλακτικά, η συζήτηση θα μπορούσε να επικεντρωθεί σε ένα από τα δοσμένα έργα (π.χ., το δεύτερο), ώστε οι συμμετέχοντες να εργαστούν ως ομάδα για την αναγνώριση των γνωστικών απαιτήσεων και την εισήγηση τρόπων διαφοροποίησης του έργου.



<p>1. Για τους μαθητές που έχουν δυσκολίες στην <u>αναγνώριση / ακολουθία αριθμών</u>: Σας έχουν δοθεί δύο ειδικά ζάρια - ένα κόκκινο και ένα μαύρο. Κοιτάξτε το κόκκινο ζάρι. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός σε αυτό; Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός; Μπορείτε να πείτε έναν αριθμό που είναι μεταξύ 1 και 6;</p>	<p>1. Ενθαρρύνετε τους μαθητές που είναι άνετοι με τις ερωτήσεις 1 έως 4 να προχωρήσουν στην ερώτηση 5 το συντομότερο δυνατόν και στη συνέχεια να εργαστούν με μια από τις ακόλουθες επεκτάσεις.</p>									
<p>2. Οι μαθητές που βρίσκουν δύσκολη την πρόσθεση μπορεί να ξοδέψουν πολύ χρόνο στις ερωτήσεις 2 και 3. Μπορεί να ζητηθεί να βάλουν σε σειρά τις απαντήσεις τους στις ερωτήσεις 2 και 3.</p>	<p>2. Οι μαθητές που ολοκληρώνουν επιτυχώς την ερώτηση 5 θα λάβουν το ακόλουθο επιπλέον έργο: Παίξτε Bingo ή το Τρίλιζα χρησιμοποιώντας δύο ζάρια (Τα παιδιά μπορούν να χρησιμοποιήσουν κάθε ζάρι ξεχωριστά, π.χ., αν ρίξουν 1 και 3, μπορούν να καλύψουν 1 και 3 ή απλά 4.)</p> <table border="1" data-bbox="1019 537 1260 709"> <tr> <td>4</td> <td>5</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>2</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>6</td> <td>8</td> </tr> </table>	4	5	7	9	2	10	3	6	8
4	5	7								
9	2	10								
3	6	8								
<p>3. Οι μαθητές που δυσκολεύονται στην ερώτηση 5 θα μπορούσαν να ρωτηθούν: "Τι θα συνέβαινε αν κρατούσατε την πάνω επιφάνεια του ενός ζαριού την ίδια και γυρνούσατε μόνο το άλλο ;"</p>	<p>3. Η αντιμεταθετική ιδιότητα μπορεί να εντοπιστεί από <u>ορισμένους μαθητές</u>, οι οποίοι μπορούν να το εξερευνήσουν σε αυτό το μάθημα.</p>									
<p>4. Σε όλες τις περιπτώσεις - σωστές και λανθασμένες - οι <u>μαθητές θα ερωτηθούν</u> πώς είναι βέβαιοι ότι η απάντησή τους είναι σωστή ή / και να περιγράψουν τη στρατηγική που χρησιμοποίησαν για να καταλήξουν στην απάντησή τους.</p>	<p>4. Για μαθητές που τελειώνουν νωρίς με το συγκεκριμένο έργο: Έχουμε επίσης ζάρια που έχουν δέκα πλευρές, από το 1 έως το 10. Πώς θα βρείτε όλα τα πιθανά αθροίσματα που θα μπορούσατε να κάνετε με δύο από αυτά τα ζάρια;</p>									
<p>5. Οι μαθητές θα κληθούν να καταγράψουν τα αθροίσματα σε μορφή που θεωρούν εύκολη να χειριστούν.</p>	<p>5. Για τους μαθητές που τελειώνουν νωρίτερα με το <u>συγκεκριμένο έργο</u>: (α) Πώς γνωρίζετε ότι έχετε βρει όλα τα πιθανά αθροίσματα που μπορείτε να έχετε με δύο ζάρια; (β) Πώς θα μάθετε όλα τα πιθανά αθροίσματα που θα μπορούσατε να κάνετε με τρία ζάρια;</p>									

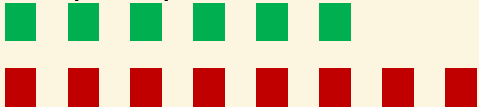

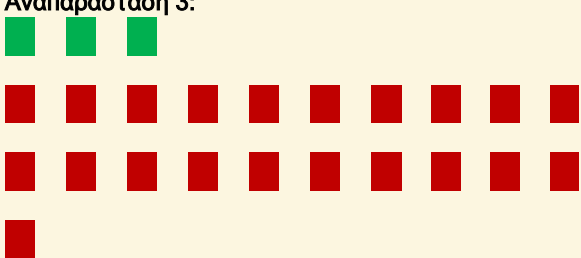
Πιθανοί ενεργοποιητές και επεκτάσεις για το Έργο 2 (Επίπεδο Πρόκλησης Βασικού Έργου: Ουσιαστικής ενασχόλησης με τα μαθηματικά Μαθηματικές Πράξεις):

Πιθανοί Ενεργοποιητές	Πιθανές Επεκτάσεις
<p>1. Μερικοί μαθητές μπορεί να πιστεύουν ότι η δεύτερη επιφάνεια είναι μεγαλύτερη επειδή χρησιμοποιήθηκαν μεγαλύτερα σχήματα. ίσως να πιστεύουν ότι η πρώτη επιφάνεια είναι μεγαλύτερη επειδή χρησιμοποιήθηκαν περισσότερα σχήματα. Ενδεικτικές ερωτήσεις για <u>μαθητές με παρερμηνείες</u>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ελέγξτε την σκέψη σας. Πώς διαπιστώσατε ότι αυτή η επιφάνεια είναι μεγαλύτερη από την άλλη; Σκεφτείτε έναν τρόπο να μου το αποδείξετε.</li> <li>- Πόσο μεγάλη είναι η επιφάνεια A; Πόσο μεγάλη είναι η επιφάνεια B; Πόσο μεγαλύτερη είναι η επιφάνεια A από την επιφάνεια B;</li> <li>- Το μέγεθος της επιφάνειας A είναι 6 τρίγωνα. Το μέγεθος της επιφάνειας B είναι 3 ρόμβοι. Ποιο είναι μεγαλύτερο; Μπορώ να πω; Πώς;</li> </ul>	<p>1. Για τους μαθητές που βρίσκουν έναν τρόπο σύγκρισης των δύο σχημάτων, ο εκπαιδευτικός μπορεί να τους ζητήσει να σκεφτούν έναν άλλο/εναλλακτικό τρόπο σύγκρισης των επιφανειών.</p>
<p>2. Για τους μαθητές που δυσκολεύονται να αναγνωρίσουν τα σχήματα ή να δουν σχέσεις μεταξύ των σχημάτων / επιφανειών:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Θα μπορούσαν να τους παρασχεθούν δύο</li> </ul>	<p>2. Για τους μαθητές που τελειώνουν νωρίς με το <u>δεδομένο έργο</u>: Θα μπορούσαν να κληθούν να συγκρίνουν το μέγεθος της πράσινης και μπλε επιφάνειας με μια τρίτη επιφάνεια από δύο κόκκινα τραπέζια ή με ένα κίτρινο εξαγώνο.</p>



<p>απλούστερες επιφάνειες για να συγκρίνουν και να εντοπίσουν διαφορετικούς τρόπους σύγκρισης τους (π.χ. κοπή τους, τοποθέτηση τους τη μία πάνω στην άλλη, κ.λπ.).</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Ο εκπαιδευτικός/εκπαιδευτικός θα μπορούσε να τους δώσει διαφορετικά μπλοκ μοτίβων και να τους ζητήσει να προσδιορίσουν τις σχέσεις μεταξύ τους: πόσες φορές ένα τρίγωνο ταιριάζει σε ένα ρόμβο; Ένα εξάγωνο; κλπ.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Ποια από τις επιφάνειες αυτές είναι η μεγαλύτερη/μικρότερη;</li><li>- Είναι ίσες;</li><li>- Ταξινομήστε τις επιφάνειες με βάση το μέγεθός τους.</li></ul>
<p><b>3.</b> Μερικά παιδιά μπορεί να έχουν δυσκολία να ξεκινήσουν ή να σκεφτούν μια λύση. <u>Ενδεικτικές ερωτήσεις για μαθητές που δε γνωρίζουν πώς να ξεκινήσουν:</u></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Με ποιο από τα δύο παιδιά συμφωνείς; Γιατί;</li><li>- Πείτε μου με δικά σας λόγια τι καταλάβατε ότι πρέπει να κάνετε.</li><li>- Τι σας δυσκολεύει στο να συγκρίνετε τις δύο επιφάνειες;</li><li>- Έχετε αυτά τα υλικά στη διάθεσή σας (π.χ. σχήματα μοτίβου, ψαλίδια κ.λπ.), πώς μπορούν να σας βοηθήσουν να συγκρίνετε τις επιφάνειες;</li><li>- Αν είχατε δύο φύλλα χαρτιού και θέλατε να δείτε αν κάποια είναι μεγαλύτερη από την άλλη, τι θα κάνατε; Πώς μπορεί αυτό να σας βοηθήσει να συγκρίνετε αυτές τις δύο επιφάνειες;</li></ul>	

Πιθανοί ενεργοποιητές και επεκτάσεις για το Έργο 3 (Επίπεδο Πρόκλησης Βασικού Έργου: Διαδικασίες με συνδέσεις):

Πιθανοί Ενεργοποιητές	Πιθανές Επεκτάσεις
<p><b>1.</b> <u>Για τους μαθητές που δυσκολεύονται να καταλάβουν ότι η διαφορά στην αναλογία αντιστοιχεί στα χρήματα που έμειναν στον Κωνσταντίνο:</u></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Θα μπορούσε να τους δοθεί μια απλοποιημένη εκδοχή του προβλήματος, στην οποία να έμειναν 2 ευρώ στον Κωνσταντίνο.</li><li>- Δώστε τους δύο ή τρεις διαφορετικές αναπαραστάσεις και ζητήστε τους να αντιστοιχίσουν το πρόβλημα με την κατάλληλη αναπαράσταση.</li></ul> <p><b>Αναπαράσταση 1:</b></p>  <p><b>Αναπαράσταση 2:</b></p>  <p><b>Αναπαράσταση 3:</b></p> 	<p><b>1.</b> <u>Για αυτούς που τελειώνουν νωρίς:</u></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Ζητήστε τους να σκεφτούν έναν άλλο τρόπο επίλυσης του προβλήματος.</li><li>- Ζητήστε τους να θέσουν ένα πρόβλημα που ακολουθεί την ίδια λογική με αυτή που δίνεται.</li></ul>



- Ταϊριάξετε το πρόβλημα με την κατάλληλη αναπαράσταση. Γιατί πιστεύετε ότι αυτή η αναπαράσταση είναι πιο κατάλληλη από τις άλλες;
- Πώς απεικονίζεται το ποσό των 21 ευρώ και τα χρήματα κάθε παιδιού σε αυτή την αναπαράσταση;
- Πώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί η αναπαράσταση που επιλέξατε για την επίλυση του προβλήματος;

**2. Για τους μαθητές που επικεντρώνονται σε προσθετικές αντι σε πολλαπλασιαστικές συγκρίσεις:**

- Προτείνετε μια αναπαράσταση που να απεικονίζει τη σχέση μεταξύ των χρημάτων των δύο παιδιών. Πώς αντιπροσωπεύεται το ποσό των 21 ευρώ;
- Προτείνετε μερικές αναλογίες ισοδύναμες προς 3: 4.
- Η Μαίρη πρότεινε ότι εάν ο Αντρέας είχε 9 ευρώ, ο Κωνσταντίνος θα έχει 10 ευρώ. Αντίθετα, η Τίνα πρότεινε ότι αν ο Αντρέας είχε 9 ευρώ, ο Κωνσταντίνος θα έπρεπε να έχει δώδεκα ευρώ. Συμφωνείτε με τη Μαίρη ή την Τίνα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

**3. Μαθητές που υστερούν στον συσχετιστικό συλλογισμό:**

- Η Μόνα ξεκίνησε ένα πίνακα που δείχνει το χρηματικό ποσό του Ανδρέα και του Κωνσταντίνου. Αποφασίστε τι πρέπει να περάσει στα κενά κουτιά του πίνακα.

Andreas's money	Constantinos's money	Difference between the amounts of money
3	4	
9		3
	20	
21		
	100	
		3
		21

**2. Για αυτούς που τελειώνουν νωρίς:**

- Αλλάξτε το πρόβλημα προσθέτοντας ένα τρίτο παιδί στην ιστορία π.χ. : ο Ανδρέας, ο Κωνσταντίνος και ο Μάρκος είχαν κάποιες οικονομίες με αναλογία 3: 4: 5 αντίστοιχα. Αποφάσισαν να αγοράσουν ένα δώρο γενεθλίων για τη μητέρα τους και να μοιραστούν το κόστος στα ίσα. Αφού αγόρασαν το δώρο, ο Αντρέας είχε ξοδέψει όλα τα χρήματά του. Ο Μάρκος έμεινε με 16 ευρώ. Βρείτε την τιμή του δώρου καθώς και πόσα χρήματα ξόδεψε ο καθένας από τους δύο αδελφούς για να το αγοράσει.

**4. Για αυτούς που τελειώνουν νωρίς:**

- Πόσο κόστιζε το δώρο εάν ο Κωνσταντίνος δαπάνησε δύο φορές περισσότερα χρήματα από τον Αντρέα και του απέμειναν 12 ευρώ;

Μετά από την εργασία στην ανάπτυξη ενεργοποιητών και επεκτάσεων για τα συγκεκριμένα έργα αυτής της δραστηριότητας, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να διαβάσουν τις αρχές της τροποποίησης έργων στη σελίδα 40 και να σκεφτούν ατομικά για 2 λεπτά αν οι τροποποιημένες εκδοχές τους λαμβάνουν υπόψη αυτές τις αρχές διαφοροποίησης. Στη συνέχεια, μπορείτε να δημιουργήσετε μια συζήτηση με όλη την ομάδα για να μοιραστείτε τις ιδέες/απαντήσεις τους και να εξηγήσετε αυτές τις αρχές. Μπορείτε να μοιραστείτε το διάγραμμα που βρίσκεται στο Παράρτημα 5 με τους εκπαιδευτικούς, το οποίο μπορεί να τους βοηθήσει στην ανάπτυξη διαβαθμισμένων δραστηριοτήτων στο μέλλον.

### Συνδέσεις με την Πρακτική (μου)

**Ενδεικτική Διάρκεια:** 10 λεπτά

Σε αυτή τη δραστηριότητα, οι εκπαιδευτικοί καλούνται να οπτικογραφήσουν ένα μάθημα στο οποίο θα διδάξουν ένα έργο με μαθηματική πρόκληση και θα χρησιμοποιήσουν 2-3 πρακτικές διαφοροποίησης που συζητήθηκαν στη σημερινή συνάντηση (η καταληκτική δραστηριότητα θα τους βοηθήσει να κωδικοποιήσουν αυτές τις πρακτικές). Για ορισμένα από τα διαδικαστικά που σχετίζονται με την οπτικογράφηση, μπορείτε να διαβάσετε τις λεπτομερείς οδηγίες στη



δραστηριότητα *Συνδέσεις με την πρακτική (μου)* στην Ανάλυση Περίπτωσης Πρακτικής 1. Βεβαιωθείτε ότι οι εκπαιδευτικοί καταλαβαίνουν ότι πρέπει να διαφοροποιήσουν το έργο προς τα πάνω και προς τα κάτω για να βοηθήσουν όλους τους μαθητές να εργαστούν παραγωγικά σε αυτό. Τέλος, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να επιλέξουν και να σας στείλουν τα επιλεγμένα αποσπάσματα που είναι ενδεικτικά των προσπαθειών τους να διαφοροποιήσουν την προσέγγισή τους ανεξάρτητα από το πόσο επιτυχημένες ήταν αυτές οι προσπάθειες. Το επίκεντρο αυτής της συγκεκριμένης δραστηριότητας είναι να (α) παρακολουθήσουν το μάθημά τους, (β) να παρατηρήσουν πώς έχουν εφαρμόσει κάποιες πρακτικές διαφοροποίησης όπως συζητήθηκαν στη σημερινή συνάντηση με τους μαθητές τους, (γ) να εξετάσουν εάν αυτές οι πρακτικές βοήθησαν όλους τους μαθητές να εμπλακούν παραγωγικά στο έργο, (δ) να εντοπίσουν τα πιθανά προβλήματα που αντιμετώπισαν κατά τη διάρκεια της υλοποίησης του έργου. Ουμνηθείτε να δώσετε οδηγίες σχετικά με το τι πρέπει να οπτικογραφηθεί, πώς θα γίνει το στήσιμο της οπτικογράφησης και ποια είναι τα σημεία εστίασης (οι καθοδηγητικές ερωτήσεις που μπορούν να βοηθήσουν τους εκπαιδευτικούς να καταλάβουν το επίκεντρο της δραστηριότητας).

## Καταληκτική Δραστηριότητα



**Ενδεικτική Διάρκεια:** 5 λεπτά

Αυτή είναι μια σύντομη δραστηριότητα που θα βοηθήσει τους εκπαιδευτικούς να κωδικοποιήσουν τις πρακτικές διαφοροποίησης που συζητήθηκαν στη σημερινή συνάντηση. Επιτρέψτε στους εκπαιδευτικούς 4-5 λεπτά να εργαστούν σε ζεύγη και να ονομάσουν κάποιες στρατηγικές διαφοροποίησης που έχουν εξετάσει για την προσαρμογή του επιπέδου της μαθηματικής πρόκλησης ενός συγκεκριμένου έργου. Μπορείτε να κωδικοποιήσετε τις πρακτικές διαφοροποίησης σε ένα αρχείο word και να το μοιραστείτε με τους εκπαιδευτικούς μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου μετά τη σημερινή συνάντηση. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αναφερθούν στις ακόλουθες στρατηγικές διαφοροποίησης:

- Ανάπτυξη διαβαθμισμένων δραστηριοτήτων για τουλάχιστον τρία επίπεδα μαθητών (αυτών που είναι σε εισαγωγικό επίπεδο, εκείνων που βρίσκονται σε βασικό επίπεδο και εκείνων που είναι ικανοί για έργα με πιο εις βάθος και υψηλότερου επιπέδου σκέψης)
  - Ενεργοποιητές: για τους μαθητές (όχι απαραίτητα τους ίδιους μαθητές κάθε φορά) που χρειάζονται κάποιο είδος υποστήριξης για να «ενεργοποιήσουν» τη σκέψη τους στο βασικό έργο
  - Επεκτάσεις: για τους μαθητές (όχι απαραίτητα τους ίδιους κάθε φορά) που μπορούν να προχωρήσουν κάποια βήματα πέρα από το βασικό έργο
- Τροποποίηση της πολυπλοκότητας των έργων (είτε προς τα επάνω είτε προς τα κάτω) χρησιμοποιώντας ένα ή συνδυασμούς των ακόλουθων προσεγγίσεων:
  - Προσθέτοντας ή αφαιρώντας τους περιορισμούς του έργου
  - Αλλαγή των συνθηκών του προβλήματος
  - Αλλαγή των αριθμών του προβλήματος
  - Προτροπή για γενικεύσεις και παρατηρήσεις μοτίβων
  - Προτροπή για μια άλλη / διαφορετική λύση
  - Εισαγωγή εμποδίων στη λύση
  - Περιορισμός των παρεχόμενων πληροφοριών του προβλήματος / αναπαραστάσεων



- ο Μελετώντας συγκεκριμένες περιπτώσεις εκτός πλαισίου/σεναρίου
- ο Προσθέτοντας ερωτήσεις όπως:
  - Τι γίνει αν ...; Θα ήταν δυνατό...;
  - Γιατί;
- ο Πόσες λύσεις υπάρχουν; Πώς ξέρουμε ότι τις βρήκαμε όλες;

## Κύρια Σημεία της Ανάλυσης Περίπτωσης Πρακτικής 2

- Ένας εκπαιδευτικός θα μπορούσε να μετατρέψει ένα γνωστικά απαιτητικό έργο σε έργο χωρίς μαθηματική πρόκληση, ή αντίστροφα. Όπως αναφέρθηκε στη Δραστηριότητα 2, υπάρχουν διάφοροι παράγοντες που θα μπορούσαν να το επηρεάσουν, όπως η γνώση του διδακτικού περιεχομένου και της διδασκαλίας μαθηματικών, η ετοιμότητα των μαθητών και οι προηγούμενες γνώσεις, οι καθοδηγητικές γραμμές που δίδονται από τους επιθεωρητές ειδικών επί του θέματος σχετικά με το τι και πώς να διδαχθεί, πίεση για την κάλυψη του προγράμματος σπουδών κλπ.
- Η Σκάλα της Διαφοροποίησης: Ένας τρόπος να παραμείνουν **όλοι** οι μαθητές επικεντρωμένοι σε βασική εννοιολογική κατανόηση αλλά σε διαφορετικά επίπεδα πολυπλοκότητας, αφαιρετικότητας και ανοιχτής σκέψης, έτσι ώστε κάθε μαθητής να προκληθεί κατάλληλα, σχετίζεται με την ανάπτυξη και τη χρήση δραστηριοτήτων **διαβαθμισμένων δραστηριοτήτων** (δηλ., ενεργοποιητές και επεκτάσεις). Οι **Ενεργοποιητές** προσφέρουν επιπλέον υποστήριξη και καθοδήγηση στους μαθητές για το βασικό έργο, ενώ οι **Επεκτάσεις** παρέχουν μεγαλύτερη μαθηματική πρόκληση από αυτή που παρέχει το βασικό έργο σε μαθητές που έχουν ήδη επιλύσει το βασικό έργο.
- Κατά την ανάπτυξη ενεργοποιητών και επεκτάσεων, να έχετε υπόψη σας ότι:
  - ο Ένας μαθητής μπορεί να ανήκει στην πρώτη ομάδα για ένα έργο και στη δεύτερη για άλλο.
  - ο Τα έργα πρέπει να επικεντρώνονται στους μαθησιακούς στόχους και στις βασικές έννοιες.
  - ο Τα έργα πρέπει να ανταποκρίνονται στις ειδικές μαθησιακές ανάγκες διαφορετικών ομάδων ανάλογα με την ικανότητα, την ετοιμότητα, το βαθμό υποστήριξης που απαιτείται και τις προτιμήσεις μάθησης.
  - ο Όλα τα έργα πρέπει να είναι ελκυστικά και ενδιαφέροντα
  - ο Οι επεκτάσεις δεν πρέπει να είναι απλώς "περισσότερη δουλειά" και οι ενεργοποιητές δεν πρέπει να αντιπροσωπεύουν «απλούστερες» εκδοχές του βασικού έργου.