



ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 2

Επιλογή, Ανάλυση και Τροποποίηση Έργων με Μαθηματική Πρόκληση για Όλους τους Μαθητές

Πρόγραμμα EDUCATE



Χρηματοδοτείται από το
Πρόγραμμα ERASMUS+ της
Ευρωπαϊκής Ένωσης





© 2018
© Αναθεωρημένη έκδοση 2020

Πανεπιστήμιο Κύπρου

Marino Institute of Education και Trinity College Dublin

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου

Επιτροπή Ανάπτυξης και Βελτίωσης της Σχολικής Μονάδας, Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού

Δημοτικό Σχολείο Terra Santa

Το πρόγραμμα, με τίτλο "Enhancing Differentiated Instruction and Cognitive Activation in Mathematics Lessons by Supporting Teacher Learning (EDUCATE)" χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η παρούσα δημοσίευση δεσμεύει μόνο τους συντάκτες της και η Επιτροπή δεν ευθύνεται για τυχόν χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτή.



Οργανισμοί

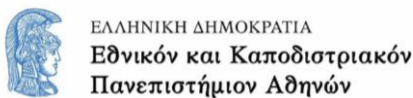
Μέλη¹



Δρ. Χαράλαμπος Γ. Χαράλαμπος
Καθηγητής Κωνσταντίνου Κωνσταντίνος
Γεωργίου Χλόη
Γεωργίου Κασσάνδρα
Κασάπη Ευρυδίκη
Καθηγήτρια Κουτσελίνη Μαίρη
Δρ. Ολυμπίου Γιώργος
Δρ. Φιλίππου Σταυρούλα
Καθηγήτρια Πιπτα-Πανταζή Δήμητρα



Burke Damien
Concarr Ann
Δρ. Delaney Seán
Δρ. Gurhy Ann Marie
Δρ. Prendergast Mark
Purfill Trevor
Timmins Paul



Καθηγήτρια Πόταρη Δέσποινα
Δρ. Ψυχάρης Γιώργος
Δρ. Τριανταφύλλου Χρυσαιγή
Καθηγητής Ζαχαριάδης Θεοδόσιος



Καθηγητής da Ponte João Pedro
Δρ. Guimarães Henrique
Δρ. Henriques Ana
Δρ. Santos Leonor
Δρ. Oliveira Hélia



Δρ. Αγαθαγγέλου Σοφία
Δρ. Χριστοφίδου Έλενα
Δρ. Παπαδούρης Νίκος



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

Δημοσθένους Χρήστος
Ιωαννίδης Στέλιος
Δρ. Κυθρεώτης Ανδρέας
Δρ. Σαββίδης Γιάννης
Δρ. Στυλιανίδης Μάριος
Δρ. Θεοδωρίδης Ανδρέας
Θεοδώρου Ροδούλα
Δρ. Γιαλουρίδης Γιώργος



Δρ. Μιχαηλίδης Γιώργος
Νικολάου Σάββας

¹ Όλα τα ονόματα παρατίθενται αλφαβητικά.

ΣΥΜΒΟΛΑ

Δίπλα από κάθε δραστηριότητα υπάρχει ένα ή περισσότερα από τα πιο κάτω σύμβολα:



Ατομική εργασία



Εργασία στο πλαίσιο των Λεσχών Ανάλυσης
Οπτικογραφημένων Διδασκαλιών



Διαβάζω



Γράφω ή συμπληρώνω



Σύνδεσμος



Παρακολουθώ



Αναστοχάζομαι



Συζητώ



Μαθησιακοί Στόχοι



Προγραμματίζω



Αξιολογώ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ 2

Σχεδιασμός της Διαφοροποίησης: Ανάλυση του Έργου Για Διαφορετικά Επίπεδα Μαθητών

Επισκόπηση	
ΩΡΕΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ	2 ώρες και 30 λεπτά
ΕΙΔΟΣ ΠΗΓΩΝ/ΥΛΙΚΟΥ	Σημειώματα σε αυτοκόλλητα χαρτάκια (Post-it®), Βιντεοκλίπ, Αποσπάσματα συνεντεύξεων, Μαθηματικά έργα, Απόσπασμα σχεδίου μαθήματος
ΕΜΦΑΣΕΙΣ	- Τι κάνει ένα έργο μαθηματικά προκλητικό για διαφορετικές ομάδες μαθητών; - Προσαρμογή/Τροποποίηση ενός έργου για να καταστεί περισσότερο ή λιγότερο μαθηματικά προκλητικό για διαφορετικές ομάδες μαθητών

Δραστηριότητες

Εισαγωγική Δραστηριότητα



«Παρέλαση» Σημειωμάτων



Σας δίνονται μερικά σημειώματα σε αυτοκόλλητα χαρτάκια (Post-it®). Να γράψετε μια ιδέα/ζήτημα/ανησυχία/ερώτηση σε κάθε σημείωμα απαντώντας σε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις. Μετά να τα τοποθετήσετε στον τοίχο και να τα συζητήσετε με τους/τις συναδέλφους σας.

- Τι αποκομίσατε από την προηγούμενη συνάντηση;
- Υπάρχουν ζητήματα που θα θέλατε να διευκρινίσετε, θέματα που νομίζετε ότι δεν έχουν επιλυθεί, ή ιδέες, ανησυχίες ή θέσεις που δεν έχουμε λάβει ακόμη υπόψη;

Δραστηριότητα 1 – Ανάλυση της Διδακτικής Πρακτικής



Λέσχες Ανάλυσης Οπτικογραφημένων Διδασκαλιών (ΛΑΟΔ)

Στην προηγούμενη ανάλυση περίπτωσης πρακτικής, σας ζητήθηκε (α) να **επιλέξετε** δύο έργα από τα διδακτικά σας εγχειρίδια, ένα υψηλής κι ένα χαμηλής μαθηματικής πρόκλησης, (β) να **σχεδιάσετε** και να **οπτικογραφήσετε** ένα μάθημα κατά το οποίο θα εφαρμόζετε το έργο υψηλής μαθηματικής πρόκλησης και (γ) να **παρακολουθήσετε** και να **καθορίσετε** σε ποιο επίπεδο εφαρμόστηκε.



Να μοιραστείτε με τους/τις συναδέλφους σας το απόσπασμα που επιλέξατε από το οπτικογραφημένο σας μάθημα στο οποίο διατηρήθηκε ή προσαρμόστηκε το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης. Να εξηγήσετε τι περιλαμβάνει αυτό το απόσπασμα και το σκεπτικό σας πίσω από την επιλογή του.



Να συζητήσετε τα αποσπάσματα που παρακολουθήσατε με τους/τις συναδέλφους σας:

- Να περιγράψετε τι έκαναν ο/η εκπαιδευτικός και οι μαθητές/τριές κατά τη διάρκεια αυτού του αποσπάσματος.
- Υπήρξαν περιπτώσεις στις οποίες προσαρμόσατε το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης; Τι επηρέασε αυτές τις αποφάσεις;
- Τα έργα με μαθηματική πρόκληση λειτουργούν με τον ίδιο τρόπο για όλους τους/τις μαθητές/ήτριες;
- Η υλοποίηση των έργων εφαρμόστηκε ακριβώς όπως σχεδιάστηκε;
- Αν όχι, τι άλλαξε κατά την εφαρμογή των δύο έργων σε σύγκριση με το πώς είχαν σχεδιαστεί;

Το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης των έργων μπορεί να αλλάξει κατά την εφαρμογή τους. Ως εκ τούτου, τα έργα όπως παρουσιάζονται από τον/την εκπαιδευτικό ή εφαρμόζονται από τους/τις μαθητές/ήτριες μπορεί να διαφέρουν όσον αφορά στην μαθηματική τους πρόκληση σε σύγκριση με το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης στο οποίο βρισκόταν το έργο κατά την

επιλογή του. Όπως έχει συζητηθεί στη Διδακτική Ενότητα 1, αυτό θα μπορούσε να επηρεάσει σε μεγάλο βαθμό τις ευκαιρίες μάθησης των μαθητών/τριών. Επομένως, είναι σημαντικό να επικεντρωθούμε σε κάποιους παράγοντες που θα μπορούσαν δυνητικά να επηρεάσουν τις διδακτικές αποφάσεις μας.

Δραστηριότητα 2 – Αναλύοντας τους Παράγοντες που Επηρεάζουν την Εφαρμογή του Έργου



Δραστηριότητα Καταιγισμού Ιδεών

Με βάση τα προηγούμενα μαθήματα που έχετε διδάξει καθώς και τα πιο κάτω αποσπάσματα των συνεντεύξεων που πραγματοποιήσαμε με τους/τις εκπαιδευτικούς πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης (κατά τις οποίες συζητήσαμε τις προκλήσεις που αντιμετωπίζουν κατά την εφαρμογή έργων με μαθηματική πρόκληση με όλους τους μαθητές τους), να εντοπίσετε ορισμένους παράγοντες που είναι πιθανόν να επηρεάζουν το επίπεδο της επιδιωκόμενης μαθηματικής πρόκλησης ενός έργου όπως αυτή είχε σχεδιαστεί σε σύγκριση με τη μαθηματική πρόκλησή του κατά την παρουσίαση και εφαρμογή του.



Ξέρεις κάτι; Μερικές φορές αισθάνομαι ότι «πρέχουμε» τα παιδιά στα μαθήματα αντί να εστιάζουμε στην εμπλοκή τους σε διαδικασίες μαθηματικής σκέψης και κατανόησης. Έχοντας να καλύψεις ένα βαρυφορτωμένο αναλυτικό πρόγραμμα, ειδικά στις Ε' και Στ' τάξεις, στις οποίες διδάσκω τα τελευταία πέντε χρόνια, και προσπαθώντας να ακολουθήσεις τις οδηγίες του υπουργείου, νιώθεις ότι είσαι υπό συνεχή πίεση για να καταφέρεις οι μαθητές να φτάσουν σε συγκεκριμένα επίπεδα τα οποία στην πραγματικότητα δε συμβαδίζουν με τον τρόπο που μαθαίνουν.



Μαργαρίτα

Τι μπορώ να κάνω όταν οι μισοί μαθητές έχουν ολοκληρώσει το έργο, άλλοι προσπαθούν για μερικά λεπτά και μετά παραιτούνται, δύο ή τρεις μαθητές προσπαθούν πραγματικά σκληρά να το λύσουν αλλά δεν τα καταφέρνουν και οι υπόλοιποι μόλις έχουν αρχίσει να δουλεύουν; Μπορείς να πεις ότι οι ικανότεροι μαθητές θα βαρεθούν αν σπαταλήσω χρόνο να εξηγώ στους λιγότερο «ικανούς» μαθητές τι πρέπει να κάνουν. Ποιο είναι όμως το όφελος διδασκαλίας για τους μαθητές που ήδη γνωρίζουν το περιεχόμενο ή έχουν ήδη φτάσει εκεί που έπρεπε και θέλουν να προχωρήσουν;



Κάρλος

Παρόλο που αναγνωρίζουμε όλες αυτές τις διαφορές ανάμεσα στους/στις μαθητές/ήτριες, για να διαχειριστούμε την πολυπλοκότητα των έργων, θα αναστείλουμε προσωρινά τα θέματα που σχετίζονται με τους/τις μαθητές/ήτριες. Θα υποθέσουμε ότι κατά την επίλυση ενός έργου μπορούν να εντοπιστούν τουλάχιστον τρεις διαφορετικές ομάδες μαθητών/τριών σε μία τάξη: μια ομάδα μαθητών με υψηλή επίδοση, με μεσαία επίδοση και με χαμηλή επίδοση. Στις υπόλοιπες δραστηριότητες της Ανάλυσης Περίπτωσης Πρακτικής 2, θα εξετάσουμε πώς, ως εκπαιδευτικοί, μπορούμε να σχεδιάσουμε τη διδασκαλία μας με τρόπους που θα μας βοηθήσουν να δώσουμε κατάλληλη υποστήριξη σε αυτές τις διαφορετικές ομάδες μαθητών/τριών χωρίς να μειώσουμε το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης των έργων.

Δραστηριότητα 3 – Σχεδιασμός Χρήσης Ενεργοποιητών και Επεκτάσεων

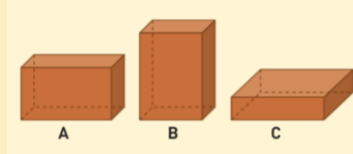


Πιο κάτω παρουσιάζεται το έργο "Τα κουτιά" που προέρχεται από μία πορτογαλική 10^η τάξη. Το διδακτικό επεισόδιο που ακολουθεί παρουσιάζει ένα απόσπασμα από την αυτόνομη εργασία των μαθητών/τριών, ενώ εργάζονται για τη διερεύνηση του μέγιστου αριθμού κουτιών που είναι δυνατόν να χωρούν στο φορτηγό. Να διαβάσετε το έργο και το διδακτικό επεισόδιο και στη συνέχεια, να εξετάσετε τις ερωτήσεις που ακολουθούν.

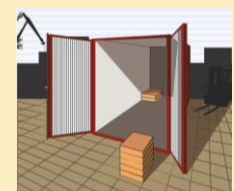
Έργο 1 ('Τα Κουτιά', Γεωμετρία και Μέτρηση, 10^η Τάξη)

1. Φανταστείτε ένα φορτηγό πλάτους 2 μ., μήκους 4 μ. και ύψους 2,5 μ. για τη μεταφορά κιβωτίων που έχουν σχήμα ορθογώνιου πρίσματος με τις ακόλουθες διαστάσεις: μήκος 70 εκ. πλάτος 50 εκ. και ύψος 30εκ.

α) Να υποθέσετε ότι τα κουτιά μπορούν να τοποθετηθούν στο φορτηγό σε οποιαδήποτε θέση, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα:



2. Εάν όλα τα κουτιά τοποθετηθούν στη θέση C, να εξετάσετε τον μέγιστο αριθμό κουτιών που είναι δυνατό να τοποθετηθούν στο φορτηγό. Να δείξετε πώς έχετε καταλήξει στην απάντησή σας.



Διδακτικό Επεισόδιο (Το Επεισόδιο με τα «Κουτιά»)

Ο στόχος του εκπαιδευτικού για το μάθημα αυτό ήταν να εμπλέξει τους/τις μαθητές/ήτριες σε ένα πρόβλημα σχετικά με διαφορετικούς τρόπους τοποθέτησης αντικειμένων, με τη χρήση της τρισδιάστατης γεωμετρίας, δίνοντας μεγάλη έμφαση στην εποπτικοποίηση και τη μέτρηση. Το έργο απαιτούσε από τους/τις μαθητές/ήτριες να ενεργοποιήσουν τις γνώσεις τους σχετικά με τον όγκο ορθογώνιων παραλληλεπίπεδων, που καλύφθηκε από το αναλυτικό πρόγραμμα της προηγούμενης τάξης. Το επεισόδιο που περιγράφεται πιο κάτω πραγματοποιείται όταν ο εκπαιδευτικός προσεγγίζει μερικές ομάδες μαθητών/τριών ενώ εργάζονται στο έργο σε μικρές ομάδες.



κ. Μανουέλ: Πώς τα πάτε εδώ;

Φερνάντα: Κύριε, αυτό είναι για μαθητές δημοτικού! [γελά] Τα ξέρουμε από πέρσι. Αρχικά, υπολογίσαμε τον όγκο του φορτηγού που είναι $2 \times 4 \times 2,5 = 20$ και στη συνέχεια, υπολογίσαμε τον όγκο ενός κουτιού, το οποίο είναι $70 \times 50 \times 30 = 105000$. Στη συνέχεια ... διαιρέσαμε $20/105000$ που είναι [το πληκτρολογεί στην αριθμομηχανή της] 0.00019047619 για να βρούμε τον συνολικό αριθμό των κουτιών.

κ. Μανουέλ: Χμ... Ωραίος τρόπος σκέψης. Αλλά είναι λογική η απάντησή σου;

Αντώνιο: Σου το είπα, Φερνάντα!

κ. Μανουέλ: Τι συμβαίνει, Αντώνιο;

Αντώνιο: Δε λάβαμε υπόψη μας ότι οι διαστάσεις των κιβωτίων είναι σε εκατοστά!

κ. Μανουέλ: Χμ... Αυτό είναι το μοναδικό πρόβλημα;

Φερνάντα [φαίνεται κάπως απογοητευμένη]: Λοιπόν, είμαι κουρασμένη. Είχαμε γυμναστική την προηγούμενη ώρα [υπονοώντας ότι αυτός είναι ο λόγος που είναι κουρασμένη τώρα].

κ. Μανουέλ: [προσπαθώντας να ενθαρρύνει τη Φερνάντα]: Μην εγκαταλείπεις την προσπάθεια, κάνετε μια πολύ ωραία δουλειά! Ξαναδιαβάστε προσεκτικά τις οδηγίες και θα έρθω σε λίγα λεπτά.

Ο εκπαιδευτικός αποφασίζει να πάει σε μια άλλη ομάδα μαθητών που φαινόταν να συζητά κάτι άσχετο με τα Μαθηματικά.

Φιλίπε: Κύριε, τελειώσαμε!

κ. Μανουέλ: [κάπως έκπληκτος]: Έχετε ήδη ολοκληρώσει και τις δύο ερωτήσεις; Μιλήστε μου για τη δουλειά σας.

Φιλίπε: Αρχίσαμε βρίσκοντας ... υπολογίζοντας τον όγκο του φορτηγού και τον όγκο του κουτιού. Το κάναμε αυτό για να βρούμε πόσες φορές ο όγκος του κουτιού χωρεί στο φορτηγό.

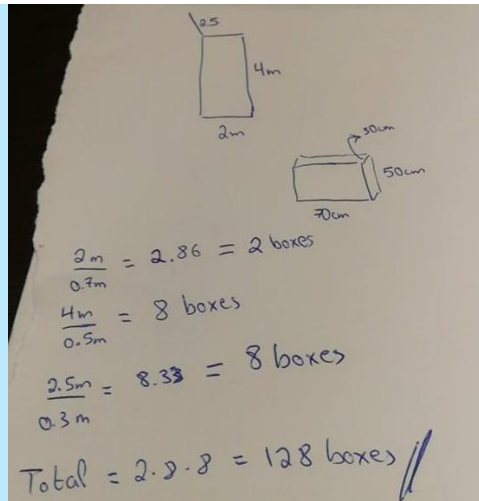
Ζοάο: Αρχικά, σκεφτήκαμε ότι το βρήκαμε και προχωρήσαμε στην ερώτηση Β. Αλλά, ευτυχώς, η Τερέζα παρατήρησε ότι υπήρχε ένα κόλπο!

κ. Μανουέλ: Αλήθεια; Και ποιο ήταν το 'κόλπο', Τερέζα;

Τερέζα: Μετρά [παιζει ρόλο] και η θέση.

κ. Μανουέλ: Η θέση ποιανού;

Τερέζα: Στην οποία βάζουμε ένα κουτί μέσα στο άλλο [δηλ., μέσα στο φορτηγό]. Για παράδειγμα, η θέση C είναι διαφορετική από τη θέση B, το βλέπετε; [παραπέμπει στην εικόνα της ερώτησης A και στο σχέδιο που έκανε στο φυλλάδιο της].

**Μετάφραση λύσης:**

2μέτρα/ 0,7 μέτρα = 2, 86 = 2
κουτιά

4μέτρα/0.5 μέτρα = 8 κουτιά

2.5 μέτρα/0.3 μέτρα = 8.33 =
8 κουτιά

Σύνολο= 2 · 8 · 8 = 128 κουτιά

Το φύλλο εργασίας της Τερέζας

κ. Μανουέλ: [αρκετά ευχαριστημένος]: Ενδιαφέρον! Ας δούμε τι κάνουν οι συμμαθητές σας. Σύντομα θα συζητήσουμε το έργο όλοι μαζί. Οπότε, Τερέζα και υπόλοιπη ομάδα, ετοιμαστείτε να εξηγήσετε τη σκέψη σας.

Ο εκπαιδευτικός πάει γρήγορα σε μια άλλη ομάδα μαθητών που φαίνονται απογοητευμένοι.

Μιγκέλ: Δε ξέρουμε πώς να ξεκινήσουμε!

κ. Μανουέλ: Γιατί; Έχετε καμιά ιδέα; Θα ήθελα να την ακούσω! Δε με πειράζει και να είναι λάθος.

Καταρίνα: Όχι, καμιά...

κ. Μανουέλ: Εντάξει, γιατί δεν πηγαίνετε στο τραπέζι του Φιλίπε για να δείτε τι έκαναν; Θα συζητήσουμε το πρόβλημα όλοι μαζί σε λίγα λεπτά.

**Καθοδηγητικές Ερωτήσεις**

- Ποιο είναι το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης στο έργο 'Τα κουτιά';
- Πως χειρίστηκε ο εκπαιδευτικός την πολυπλοκότητα του έργου?
- Ήταν αποτελεσματική η διαχείριση της πολυπλοκότητας του έργου; Γιατί;



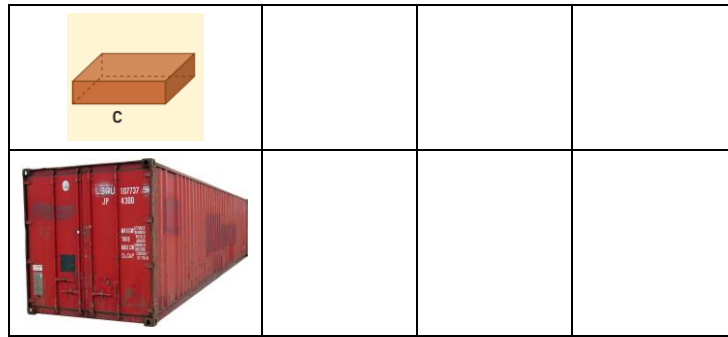
Σε μια άλλη τάξη, το ίδιο έργο χρησιμοποιήθηκε και πάλι από έναν εκπαιδευτικό 10ης τάξης. Σε αυτή την περίπτωση ο εκπαιδευτικός σχεδίασε να χρησιμοποιήσει τους «Ενεργοποιητές» και τις «Επεκτάσεις» ως έναν τρόπο διαχείρισης της πολυπλοκότητας του έργου. Πιο κάτω, μπορείτε να βρείτε το έργο και ένα απόσπασμα από το σχέδιο μαθήματος του εκπαιδευτικού, το οποίο επεξεργαστήκαμε έτσι ώστε να επικεντρωθούμε στις στρατηγικές διαφοροποίησης που ο εκπαιδευτικός αυτός χρησιμοποίησε. Να διαβάσετε το



έργο και το απόσπασμα από το σχέδιο μαθήματος και στη συνέχεια, να σκεφτείτε τις ερωτήσεις που ακολουθούν.

Απόσπασμα Σχεδίου Μαθήματος για το Έργο "Τα Κουτιά"

Έργο & Δραστηριότητες	Αναμενόμενη Διάρκεια	Διαφοροποίηση				
<p>Επίλυση της ερώτησης Α (Αυτόνομη εργασία – Οι μαθητές θα δουλέψουν σε ομάδες μικτών ικανοτήτων, αλλά μπορεί να γίνουν και αλλαγές αν χρειαστεί)</p>	<p>10 λεπτά</p>	<ul style="list-style-type: none"> Δίνω τον Ενεργοποιητή 1 στους/στις μαθητές/ήτριες που δεν ξέρουν πώς να ξεκινήσουν έτσι ώστε να αναπαραστήσουν την κατάσταση με ένα μοντέλο και δεν κατανοούν ότι πρέπει να λάβουν υπόψη τη θέση των κιβωτίων στο φορτηγό για να βρουν μια στρατηγική. <p>Ενεργοποιητής 1 Να χρησιμοποιήσετε τα υλικά που βρίσκονται στα κουτιά κάτω από το θρανίο σας. Να δημιουργήστε ένα φυσικό μοντέλο που να αναπαριστά τον τρόπο με τον οποίο θα τοποθετηθούν τα κουτιά στο φορτηγό στις τρεις διαφορετικές θέσεις:</p> <ul style="list-style-type: none"> Θέση Α Θέση Β Θέση C <p>Πώς η θέση των κουτιών επηρεάζει τον αριθμό των κουτιών που μπορούν να τοποθετηθούν για να γεμίσουν το φορτηγό;</p> <ul style="list-style-type: none"> Παρακολουθώ τη χρήση του Ενεργοποιητή 1 και δίνω τον Ενεργοποιητή 2 σε μαθητές/ήτριες που δυσκολεύονται να λάβουν υπόψη ότι τα κουτιά θα τοποθετηθούν το ένα δίπλα στο άλλο και επίσης το ένα πάνω στο άλλο. <p>Ενεργοποιητής 2 Βρείτε πόσα κουτιά μπορούν να τοποθετηθούν στη βάση του φορτηγού.</p> <ul style="list-style-type: none"> Παρακολουθώ τη χρήση του Ενεργοποιητή 2 και δίνω τον Ενεργοποιητή 3 σε μαθητές/ήτριες που χρησιμοποιούν τον όγκο του ορθογωνίου πρίσματος και δε δίνουν προσοχή στον περιορισμό που θέτουν οι γραμμικές συσχετίσεις των διαστάσεων των κουτιών (δεν αντιλαμβάνονται ότι πρέπει να σκεφτούν ότι θα πρέπει να εξετάσουν μόνο το ακέραιο μέρος των γραμμικών σχέσεων του πλάτους, μήκους και ύψους). <p>Ενεργοποιητής 3 Να καταγράψετε τις διαστάσεις του κιβωτίου αν το τοποθετήσουμε στη θέση C και τις διαστάσεις του φορτηγού.</p> <table border="1" data-bbox="704 1877 1424 1913"> <tr> <td>Θέση</td> <td>Ύψος</td> <td>Μήκος</td> <td>Πλάτος</td> </tr> </table>	Θέση	Ύψος	Μήκος	Πλάτος
Θέση	Ύψος	Μήκος	Πλάτος			



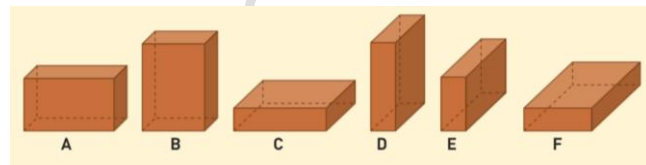
1. Τι παρατηρείτε; Να εξηγήσετε τη σκέψη σας.
2. Βρήκατε οποιεσδήποτε σχέσεις μεταξύ των διαστάσεων των κουτιών και του φορτηγού;

Επεκτάσεις 1 & 2
(για όσους έχουν απαντήσει τις ερωτήσεις a & b)

N/A

1. Κατά τη διάρκεια της αυτόνομης εργασίας στις ερωτήσεις α και β, οι μαθητές/ήτριες που ολοκληρώνουν γρήγορα και με ακρίβεια τις ερωτήσεις 1 - 5 (πιθανό χωρίς την ανάγκη των **Ενεργοποιητών 1 & 2**) και αποδεικνύουν την αυθεντικότητα της πορείας λύσης τους, μπορούν αμέσως να λάβουν τις **Επεκτάσεις 1 & 2**.

Επέκταση 1



Εκτός από τις θέσεις A, B & C, να εξετάσετε εάν οι θέσεις D, E, & F πρέπει να επιλεγούν για να μεταφέρουμε τον μέγιστο αριθμό κουτιών με το φορτηγό. Θεωρήστε ότι όλα τα κουτιά τοποθετούνται στην ίδια θέση μέσα στο φορτηγό. Να δείξετε πώς έχετε καταλήξει στην απάντησή σας.

Επέκταση 2:

Ποιες θα πρέπει να είναι οι διαστάσεις του κουτιού ώστε να ταιριάζουν ακριβώς στο φορτηγό χωρίς να αφήνουν κενά όταν τοποθετούνται στη:

- i. Θέση A;
- ii. Θέση B;
- iii. Θέση C;
- iv. Οποιαδήποτε Θέση;



Καθοδηγητικές Ερωτήσεις

- Επικεντρωθείτε στους «Ενεργοποιητές» και τις «Επεκτάσεις» που χρησιμοποιούνται από τον εκπαιδευτικό.
- Πώς σκέφτηκε ο εκπαιδευτικός να τα χρησιμοποιήσει;



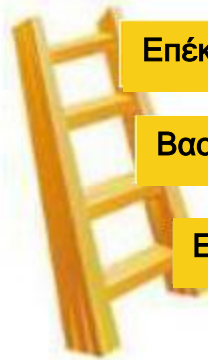
- Να σκεφτείτε τη συμβολή τους στον χειρισμό της πολυπλοκότητας των έργων. Πώς μπορεί το σχέδιο μαθήματος του εκπαιδευτικού της Ε' τάξης να βοηθήσει στον καλύτερο χειρισμό της πολυπλοκότητας των έργων κατά την παρουσίαση και εφαρμογή τους;

Η Σκάλα της Διαφοροποίησης του Έργου

Οι μαθητές/ήτριες δε βιώνουν πάντοτε το ίδιο επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης όταν ασχολούνται με τα ίδια έργα. Ορισμένα έργα μπορεί να είναι πολύ δύσκολα ή εύκολα για διαφορετικούς/ές μαθητές/ήτριες. Σε κάποιο σημείο, οι μαθητές/ήτριες μπορεί να χρειαστούν διαφοροποιημένη διδασκαλία με βάση τις συγκεκριμένες μαθησιακές τους ανάγκες. Ένας τρόπος αντιμετώπισης αυτής της πολυπλοκότητας είναι η ανάπτυξη και η χρήση **διαβαθμισμένων έργων (tiered activities)**. Τα **διαβαθμισμένα έργα** είναι μια σειρά έργων ποικίλης πολυπλοκότητας που επικεντρώνονται στο ίδιο περιεχόμενο ή το αναλυτικό πρόγραμμα. Συχνά, ως εκπαιδευτικοί, προετοιμάζουμε ένα έργο για να εμπλέξουμε όλους τους/τις μαθητές/ήτριες μας σε μαθηματική σκέψη και συλλογισμό. Το έργο αυτό, που βρίσκεται στο αναλυτικό πρόγραμμα/διδασκτικό εγχειρίδιο, συχνά απευθύνεται σε μαθητές/ήτριες «μεσαίου επιπέδου ικανότητας», και το αποκαλούμε «**Βασικό Έργο**». Ωστόσο, ορισμένοι/ες μαθητές/ήτριες (όχι απαραίτητα οι ίδιοι/ες κάθε φορά) ίσως χρειαστεί να εργαστούν σε ένα έργο το οποίο θα τους δίνει περισσότερη στήριξη και καθοδήγηση – τα έργα αυτά θα τα αποκαλούμε «**Ενεργοποιητές**». Άλλοι/ες μαθητές/ήτριες (και πάλι, μπορεί να διαφέρουν από έργο σε έργο), θα μπορούσαν να ολοκληρώσουν το βασικό έργο νωρίς και να αναζητήσουν πρόσθετη μαθηματική πρόκληση. Αυτή η πρόκληση μπορεί να προσφερθεί μέσα από τα έργα που ονομάζονται «**Επεκτάσεις**». Οι Ενεργοποιητές μπορούν να «ενεργοποιήσουν» τους/τις μαθητές/ήτριες να σκεφτούν όταν χρειάζονται επιπλέον υποστήριξη ή καθοδήγηση για να εργαστούν στο βασικό έργο και οι **Επεκτάσεις** μπορούν να «επεκτείνουν» τη σκέψη των μαθητών/τριών που χρειάζονται μεγαλύτερη πρόκληση από εκείνη που προσφέρει το βασικό έργο. «Ένας καλός τρόπος για να αναπαραστήσουμε τα διαβαθμισμένα έργα είναι η εικόνα μιας **σκάλας**», όπου το βασικό έργο «εμφανίζεται στο μεσαίο σκαλοπάτι, μια πιο απαιτητική εκδοχή του βασικού έργου», η επέκταση, «στο υψηλό σκαλοπάτι και μια άλλη τροποποιημένη εκδοχή του βασικού έργου», ο



ενεργοποιητής, «στο πιο χαμηλό σκαλοπάτι» (Primary Professional Development Service, ndp13).



Επέκταση Έργου

Βασικό Έργο

Ενεργοποιητής Έργου

Πηγή: προσαρμογή από Primary Professional Development Service (n.d.), Differentiation in Action!
http://www.pdst.ie/sites/default/files/Session%20%20-%20Differentiation%20Resource%20_0_0.pdf



Προγραμματίζετε να χρησιμοποιήσετε τα ακόλουθα μαθηματικά έργα στα μαθήματα Μαθηματικών σας της επόμενης εβδομάδας και θέλετε να σκεφτείτε μερικούς τρόπους για να διαφοροποιήσετε το έργο ώστε όλοι οι μαθητές σας να συμμετέχουν και να μάθουν. Αρχικά, να προσδιορίσετε το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησης κάθε έργου και στη συνέχεια, να προτείνετε διαφορετικούς τρόπους διαφοροποίησης των έργων τουλάχιστον ένα επίπεδο προς τα πάνω (Επεκτάσεις) και ένα επίπεδο προς τα κάτω (Ενεργοποιητές) χωρίς απαραίτητα να παρουσιάσετε τις ιδέες σας γραπτώς.

Έργο 1 ('Το κόλπο του Τσάρλι με τους αριθμούς', Τάξη 7η)

Παρακολουθήστε το βίντεο για να δείτε το κόλπο του Τσάρλι με τους αριθμούς (<https://nrich.maths.org/7208>).

Απομαγνητοφωνημένο κείμενο:

Ο Τσάρλι είπε: «Άλισον, σκέψου έναν διψήφιο αριθμό. Αντίστρεψε τα ψηφία και πρόσθεσε την απάντηση που βρήκες στον αρχικό σου αριθμό. Στοιχηματίζω ότι η απάντησή σου είναι ένα πολλαπλάσιο του 11.»

Η Άλισον επέλεξε το 42, πρόσθεσε 24 και βρήκε απάντηση 66: «Πράγματι είναι

Επίπεδο Μαθηματικής Πρόκλησης:

Πιθανοί Ενεργοποιητές:

πολλαπλάσιο του 11. Πώς το ήξερες;»

Ο Τσάρλι είπε: «Δεν είμαι σίγουρος, ας προσπαθήσουμε να το βρούμε».

A) Μπορείτε να εξηγήσετε πώς λειτουργεί το κόλπο του Τσάρλι;

B) Ο Τσάρλι βρήκε τις δικές του επεξηγήσεις:

Ο Τσάρλι σκέφτηκε έναν διψήφιο αριθμό ab , όπου το a είναι ο αριθμός στη στήλη των Δεκάδων, και το b ο αριθμός στις Μονάδες. Αυτό μπορεί να γραφτεί ως $10a + b$. Ομοίως, το ba μπορεί να γραφτεί ως $10b + a$. Ο Τσάρλι πρόσθεσε αυτά μαζί για να πάρει $11a + 11b$, το οποίο έγραψε ως $11(a + b)$.

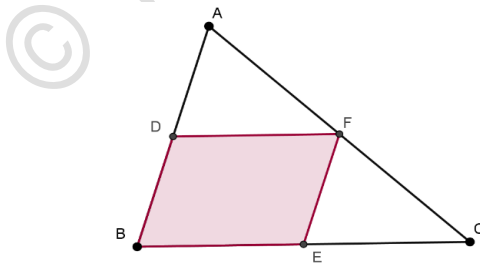
Ακολουθούν μερικά παρόμοια αριθμητικά κόλπα. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την αναπαράσταση του Τσάρλι για να εξηγήσετε πώς λειτουργούν;

- Πάρτε οποιοδήποτε διψήφιο αριθμό. Προσθέστε τα ψηφία του και αφαιρέστε το άθροισμα από τον αρχικό σας αριθμό. Τι παρατηρείτε;
- Πάρτε οποιοδήποτε τριψήφιο αριθμό. Αντιστρέψτε τα ψηφία και αφαιρέστε τον αριθμό που προκύπτει από τον αρχικό σας αριθμό. Τι παρατηρείτε;

Πηγή: (προσαρμοσμένο <https://nrich.maths.org/7208>)

Πιθανές Επεκτάσεις:

Έργο 2 («Τετράπλευρα από τα μέσα των πλευρών», 10η τάξη)



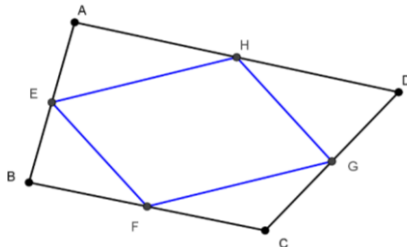
Εικόνα 1

1. Στην εικόνα 1, τα σημεία D, F και E είναι τα μέσα

Επίπεδο Μαθηματικής Πρόκλησης:

Πιθανοί Ενεργοποιητές:

των πλευρών του τριγώνου ABC. Να διερευνήσετε τι είδους τετράπλευρο είναι το BDFE. Να μελετήσετε πώς αλλάζει το τετράπλευρο BDFE καθώς αλλάζει το τρίγωνο ABC. Δηλαδή, πώς το είδος του τετράπλευρου συνδέεται με το είδος του τριγώνου.



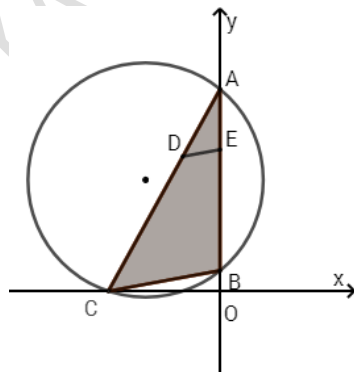
Εικόνα 2

2. Στην εικόνα 2, τα σημεία E, F, G, H είναι τα μέσα των πλευρών του ABCD. Να διερευνήσετε τι είδους τετράπλευρο είναι το EFGH; Να μελετήσετε πώς αλλάζει το τετράπλευρο EFGH καθώς αλλάζει το τετράπλευρο ABCD. Δηλαδή, πώς το είδος του τετραπλεύρου EFGH συνδέεται με το τετράπλευρο ABCD).

Πιθανές Επεκτάσεις:

Έργο 3 ('Τρίγωνο Εγγεγραμμένο στον Κύκλο', 10^η τάξη)

Στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, βρίσκεται ο κύκλος με εξίσωση $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$ και τα τρίγωνα [ABC] και [AED], όπως φαίνονται στο πιο κάτω σχήμα.



Γνωρίζουμε ότι:

- Τα σημεία A και B ανήκουν τόσο στον άξονα

Επίπεδο Μαθηματικής Πρόκλησης:

Πιθανοί Ενεργοποιητές:

Πιθανές Επεκτάσεις:



Ου όσο και στον κύκλο.

- Το σημείο C ανήκει τόσο στον άξονα Ox όσο και στον κύκλο;
- $[DE]$ και $[CB]$ είναι παράλληλα ευθύγραμμα τμήματα και $\overline{DE} = \frac{1}{3}\overline{BC}$.

1.1. Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου [ADE].

Να δείξετε πώς βρήκατε την απάντηση: Θα πρέπει να εξηγήσετε το σκεπτικό σας και να παρουσιάσετε όλους τους υπολογισμούς που έχετε κάνει.

1.2. Να ορίσετε αναλυτικά το τρίγωνο [ADE].

Να δείξετε πώς βρήκατε την απάντησή σας: Θα πρέπει να εξηγήσετε το σκεπτικό σας και να παρουσιάσετε όλους τους υπολογισμούς που έχετε κάνει.

Διαφοροποίηση: Κάποιες Αρχές όταν Τροποποιούμε ένα Έργο

Κατά τον σχεδιασμό των διαβαθμισμένων έργων είναι σημαντικό να σκεφτόμαστε τουλάχιστον τρεις ομάδες μαθητών: αυτούς που βρίσκονται στο «αρχικό/χαμηλό» επίπεδο, αυτούς που βρίσκονται σε ένα «τυπικό» επίπεδο και εκείνους που είναι σε θέση να εργαστούν σε πιο απαιτητικά έργα, δηλαδή, έργα υψηλότερης μαθηματικής πρόκλησης. Έχετε όμως κατά νου ότι αυτές οι ομάδες δεν είναι πάντα σταθερές. Ένας/μία μαθητή/ήτρια μπορεί να εντάσσεται στην πρώτη ομάδα για ένα έργο και στη δεύτερη ομάδα για ένα άλλο έργο.

Η χρήση της σκάλας της διαφοροποίησης των έργων μπορεί να είναι αποτελεσματική εάν ληφθούν υπόψη οι ακόλουθες αρχές:

- Τα έργα θα πρέπει να επικεντρώνονται στους μαθησιακούς στόχους και τις βασικές έννοιες.
- Τα έργα θα πρέπει να ανταποκρίνονται στις ειδικές μαθησιακές ανάγκες διαφορετικών ομάδων ανάλογα με την ικανότητα, την ετοιμότητα, το βαθμό υποστήριξης που απαιτείται και τις προτιμήσεις τρόπου μάθησης.
- Τα έργα πρέπει να εμπλέκουν τους μαθητές και να είναι ενδιαφέροντα.



- Οι Επεκτάσεις δεν πρέπει να είναι απλώς «περισσότερη δουλειά» για τους μαθητές, ενώ οι Ενεργοποιητές δεν πρέπει να αντιπροσωπεύουν «υποβαθμισμένες» εκδοχές του βασικού έργου.

Πηγή: προσαρμογή από Primary Professional Development Service (n.d.), Differentiation in Action!
http://www.pdst.ie/sites/default/files/Session%2020-%20Differentiation%20Resource%20_0_0.pdf



Συνδέσεις με την Πρακτική (μου)



Να ετοιμάσετε ένα σχέδιο μαθήματος που να περιλαμβάνει ένα έργο με μαθηματική πρόκληση και 2-3 στρατηγικές διαφοροποίησης από αυτές που συζητήθηκαν στη σημερινή συνάντηση. Στη συνέχεια, να διδάξετε και να οπτικογραφήσετε αυτό το μάθημα.



Να παρακολουθήσετε το οπτικογραφημένο μάθημα και να αποφασίσετε πόσο αποτελεσματική ήταν η διαφοροποιημένη προσέγγιση.

- Με ποιους τρόπους ο σχεδιασμός του μαθήματος όπως συζητήθηκε σήμερα, σας βοήθησε στη διδασκαλία;
- Οι στρατηγικές διαφοροποίησης βοήθησαν όλους τους μαθητές να εργαστούν παραγωγικά στο έργο;
- Ποια προβλήματα αντιμετωπίσατε κατά τη διάρκεια της εφαρμογής του έργου; Με ποιον τρόπο θα μπορούσατε να αντιμετωπίσετε αυτά τα προβλήματα;



Να επιλέξετε κάποια επεισόδια που να παρουσιάζουν διαφοροποίηση προς τα πάνω ή/και προς τα κάτω τα οποία να μοιραστείτε με τους/τις συναδέλφους σας κατά την επόμενη συνάντηση.



Καταληκτική Δραστηριότητα



Εργαζόμενοι σε ζευγάρια, να ονομάσετε μερικές στρατηγικές διαφοροποίησης που έχετε εξετάσει για να ραυθμίσετε το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης ενός έργου.

© Υλικό προγράμματος EDU