

ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 2

Επιλογή, Ανάλυση και Τροποποίηση Έργων με Μαθηματική Πρόκληση για Όλους τους Μαθητές

Πρόγραμμα EDUCATE



Χρηματοδοτείται από το
Πρόγραμμα ERASMUS+
της Ευρωπαϊκής Ένωσης





© 2018
© Αναθεωρημένη έκδοση 2020

Πανεπιστήμιο Κύπρου

Marino Institute of Education και Trinity College Dublin

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου

Επιτροπή Ανάπτυξης και Βελτίωσης της Σχολικής Μονάδας, Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού

Δημοτικό Σχολείο Terra Santa

Το πρόγραμμα, με τίτλο "Enhancing Differentiated Instruction and Cognitive Activation in Mathematics Lessons by Supporting Teacher Learning (EDUCATE)" χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η παρούσα δημοσίευση δεσμεύει μόνο τους συντάκτες της και η Επιτροπή δεν ευθύνεται για τυχόν χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτή.



Οργανισμοί

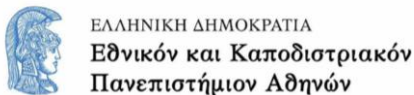
Μέλη¹



Δρ. Χαράλαμπος Γ. Χαράλαμπος
Καθηγητής Κωνσταντίνου Κωνσταντίνος
Γεωργίου Χλόη
Γεωργίου Κασσάνδρα
Κασάπη Ευρυδίκη
Καθηγήτρια Κουτσελίνη Μαίρη
Δρ. Ολυμπίου Γιώργος
Δρ. Φιλίππου Σταυρούλα
Καθηγήτρια Πιπτα-Πανταζή Δήμητρα



Burke Damien
Concarr Ann
Δρ. Delaney Seán
Δρ. Gurhy Ann Marie
Δρ. Prendergast Mark
Purtill Trevor
Timmins Paul



Καθηγήτρια Πόταρη Δέσποινα
Δρ. Ψυχάρης Γιώργος
Δρ. Τριανταφύλλου Χρυσσαυγή
Καθηγητής Ζαχαριάδης Θεοδόσιος



Καθηγητής da Ponte João Pedro
Δρ. Guimarães Henrique
Δρ. Henriques Ana
Δρ. Santos Leonor
Δρ. Oliveira Hélio



Δρ. Αγαθαγγέλου Σοφία
Δρ. Χριστοφίδου Έλενα
Δρ. Παπαδούρης Νίκος



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

Δημοσθένους Χρήστος
Ιωαννίδης Στέλιος
Δρ. Κυθρεώτης Ανδρέας
Δρ. Σαββίδης Γιάννης
Δρ. Στυλιανίδης Μάριος
Δρ. Θεοδωρίδης Ανδρέας
Θεοδώρου Ροδούλα
Δρ. Γιαλουρίδης Γιώργος



Δρ. Μιχαηλίδης Γιώργος
Νικολάου Σάββας

¹ Όλα τα ονόματα παρατίθενται αλφαβητικά.



ΣΥΜΒΟΛΑ

Δίπλα από κάθε δραστηριότητα υπάρχει ένα ή περισσότερα από τα πιο κάτω σύμβολα:



Ατομική εργασία



Εργασία στο πλαίσιο των Λεσχών Ανάλυσης
Οπτικογραφημένων Διδασκαλιών



Διαβάζω



Γράφω ή συμπληρώνω



Σύνδεσμος



Παρακολουθώ



Αναστοχάζομαι



Συζητώ



Μαθησιακοί Στόχοι



Προγραμματίζω



Αξιολογώ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ 2

Σχεδιασμός της Διαφοροποίησης: Ανάλυση του Έργου Για Διαφορετικά Επίπεδα Μαθητών

Επισκόπηση

ΩΡΕΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ

2 ώρες και 30 λεπτά

ΕΙΔΟΣ ΠΗΓΩΝ/ΥΛΙΚΟΥ

Σημειώματα σε αυτοκόλλητα Χαρτάκια (Post-it®), Βιντεοκλίπ, Αποσπάσματα συνεντεύξεων, Μαθηματικά έργα, Απόσπασμα σχεδίου μαθήματος

ΕΜΦΑΣΕΙΣ

- Τι κάνει ένα έργο μαθηματικά προκλητικό για διαφορετικές ομάδες μαθητών;
- Προσαρμογή/Τροποποίηση ενός έργου για να καταστεί περισσότερο ή λιγότερο μαθηματικά προκλητικό για διαφορετικές ομάδες μαθητών

Δραστηριότητες

Εισαγωγική Δραστηριότητα



«Παρέλαση» Σημειωμάτων



Σας δίνονται μερικά σημειώματα σε αυτοκόλλητα χαρτάκια (Post-it®). Να γράψετε μια ιδέα/ζήτημα/ανησυχία/ερώτηση σε κάθε σημείωμα απαντώντας σε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις. Μετά να τα τοποθετήσετε στον τοίχο και να τα συζητήσετε με τους/τις συναδέλφους σας.

- Τι αποκομίσατε από την προηγούμενη συνάντηση;
- Υπάρχουν ζητήματα που θα θέλατε να διευκρινίσετε, θέματα που νομίζετε ότι δεν έχουν επιλυθεί, ή ιδέες, ανησυχίες ή θέσεις που δεν έχουμε λάβει ακόμη υπόψη;

Δραστηριότητα 1 – Ανάλυση της Διδακτικής Πρακτικής



Λέσχες Ανάλυσης Οπτικογραφημένων Διδασκαλιών (ΛΑΟΔ)

Στην προηγούμενη ανάλυση περίπτωσης πρακτικής, σας ζητήθηκε (α) να **επιλέξετε** δύο έργα από τα διδακτικά σας εγχειρίδια, ένα υψηλής κι ένα χαμηλής μαθηματικής πρόκλησης, (β) να **σχεδιάσετε** και να **οπτικογραφήσετε** ένα μάθημα κατά το οποίο θα εφαρμόζετε το έργο υψηλής μαθηματικής πρόκλησης και (γ) να **παρακολουθήσετε** και να **καθορίσετε** σε ποιο επίπεδο εφαρμόστηκε.



Να μοιραστείτε με τους/τις συναδέλφους σας το απόσπασμα που επιλέξατε από το οπτικογραφημένο σας μάθημα στο οποίο διατηρήθηκε ή προσαρμόστηκε το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης. Να εξηγήσετε τι περιλαμβάνει αυτό το απόσπασμα και το σκεπτικό σας πίσω από την επιλογή του.



Να συζητήσετε τα αποσπάσματα που παρακολουθήσατε με τους/τις συναδέλφους σας:

- Να περιγράψετε τι έκαναν ο/η εκπαιδευτικός και οι μαθητές/τριές κατά τη διάρκεια αυτού του αποσπάσματος.
- Υπήρξαν περιπτώσεις στις οποίες προσαρμόσατε το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης; Τι επηρέασε αυτές τις αποφάσεις;
- Τα έργα με μαθηματική πρόκληση λειτουργούν με τον ίδιο τρόπο για όλους τους/τις μαθητές/ήτριες;
- Η υλοποίηση των έργων εφαρμόστηκε ακριβώς όπως σχεδιάστηκε;
 - Αν όχι, τι άλλαξε κατά την εφαρμογή των δύο έργων σε σύγκριση με το πώς είχαν σχεδιαστεί;

Το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης των έργων μπορεί να αλλάξει κατά την εφαρμογή τους. Ως εκ τούτου, τα έργα όπως παρουσιάζονται από τον/την εκπαιδευτικό ή εφαρμόζονται από τους/τις μαθητές/ήτριες μπορεί να διαφέρουν όσον αφορά στην μαθηματική τους πρόκληση σε σύγκριση με το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης στο οποίο βρισκόταν το έργο κατά την επιλογή του. Όπως έχει συζητηθεί στη Διδακτική Ενότητα 1, αυτό θα μπορούσε να

επηρεάσει σε μεγάλο βαθμό τις ευκαιρίες μάθησης των μαθητών/τριών. Επομένως, είναι σημαντικό να επικεντρωθούμε σε κάποιους παράγοντες που θα μπορούσαν δυνητικά να επηρεάσουν τις διδακτικές αποφάσεις μας.

Δραστηριότητα 2 – Αναλύοντας τους Παράγοντες που Επηρεάζουν την Εφαρμογή του Έργου



Δραστηριότητα Καταιγισμού Ιδεών

Με βάση τα προηγούμενα μαθήματα που έχετε διδάξει καθώς και τα πιο κάτω αποσπάσματα των συνεντεύξεων που πραγματοποιήσαμε με τους/τις εκπαιδευτικούς πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης (κατά τις οποίες συζητήσαμε τις προκλήσεις που αντιμετωπίζουν κατά την εφαρμογή έργων με μαθηματική πρόκληση με όλους τους μαθητές τους), να εντοπίσετε ορισμένους παράγοντες που είναι πιθανόν να επηρεάζουν το επίπεδο της επιδιωκόμενης μαθηματικής πρόκλησης ενός έργου όπως αυτή είχε σχεδιαστεί σε σύγκριση με τη μαθηματική πρόκλησή του κατά την παρουσίαση και εφαρμογή του.



Ξέρεις κάτι; Μερικές φορές αισθάνομαι ότι «τρέχουμε» τα παιδιά στα μαθήματα αντί να εστιάζουμε στην εμπλοκή τους σε διαδικασίες μαθηματικής σκέψης και κατανόησης. Έχοντας να καλύψεις ένα βαρυφορτωμένο αναλυτικό πρόγραμμα, ειδικά στις Ε' και ΣΤ' τάξεις, στις οποίες διδάσκω τα τελευταία πέντε χρόνια, και προσπαθώντας να ακολουθήσεις τις οδηγίες του υπουργείου, νιώθεις ότι είσαι υπό συνεχή πίεση για να καταφέρεις οι μαθητές να φτάσουν σε συγκεκριμένα επίπεδα τα οποία στην πραγματικότητα δε συμβαδίζουν με τον τρόπο που μαθαίνουν.



Μαργαρίτα

Τι μπορώ να κάνω όταν οι μισοί μαθητές έχουν ολοκληρώσει το έργο, άλλοι προσπαθούν για μερικά λεπτά και μετά παραιτούνται, δύο ή τρεις μαθητές προσπαθούν πραγματικά σκληρά να το λύσουν αλλά δεν τα καταφέρνουν και οι υπόλοιποι μόλις έχουν αρχίσει να δουλεύουν; Μπορείς να πεις ότι οι ικανότεροι μαθητές θα βαρεθούν αν σπαταλήσω χρόνο να εξηγώ στους λιγότερο «ικανούς» μαθητές τι πρέπει να κάνουν. Ποιο είναι όμως το όφελος διδασκαλίας για τους μαθητές που ήδη γνωρίζουν το περιεχόμενο ή έχουν ήδη φτάσει εκεί που έπρεπε και θέλουν να προχωρήσουν;



Κάρλος

Παρόλο που αναγνωρίζουμε όλες αυτές τις διαφορές ανάμεσα στους/στις μαθητές/ήτριες, για να διαχειριστούμε την πολυπλοκότητα των έργων, θα αναστείλουμε προσωρινά τα θέματα που σχετίζονται με τους/τις μαθητές/ήτριες. Θα υποθέσουμε ότι κατά την επίλυση ενός έργου μπορούν να εντοπιστούν τουλάχιστον τρεις διαφορετικές ομάδες μαθητών/τριών σε μία τάξη: μια ομάδα μαθητών με υψηλή επίδοση, με μεσαία επίδοση και με χαμηλή επίδοση. Στις υπόλοιπες δραστηριότητες της Ανάλυσης Περίπτωσης Πρακτικής 2, θα εξετάσουμε πώς, ως εκπαιδευτικοί, μπορούμε να σχεδιάσουμε τη διδασκαλία μας με τρόπους που θα μας βοηθήσουν να δώσουμε κατάλληλη υποστήριξη σε αυτές τις διαφορετικές ομάδες μαθητών/τριών χωρίς να μειώσουμε το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης των έργων.

Δραστηριότητα 3 – Σχεδιασμός Χρήσης Ενεργοποιητών και Επεκτάσεων



Πιο κάτω, θα βρείτε το έργο «Σχηματισμός - V» το οποίο προέρχεται από μια Γ' τάξη. Το διδακτικό επεισόδιο προέρχεται από την αυτόνομη εργασία των μαθητών/τριών, καθώς αυτοί/ές εργάζονταν για τη διερεύνηση του πετάγματος ενός σμήνους πουλιών σε σχήμα V. Να διαβάσετε το έργο και το διδακτικό επεισόδιο και στη συνέχεια να συζητήσετε τις ερωτήσεις που ακολουθούν.

Έργο 1 (Έργο "Σχηματισμός-V", Άλγεβρα, Γ' Τάξη)

Μερικές φορές σμήνη πουλιών πετούν σε εντυπωσιακούς σχηματισμούς, όπως τον πιο κάτω:



Η Ελένη χρησιμοποίησε κουκκίδες για να δείξει το μοτίβο που δημιουργείται από αυτό τον σχηματισμό πουλιών.



(α) Να σχεδιάσεις τα δύο επόμενα σχήματα του μοτίβου.

(β) Να συμπληρώσεις τον πιο κάτω πίνακα.

Αριθμός σχηματισμού V	Αριθμός κουκκίδων
1	3
2	5
3	7
4	
5	
6	

(γ) Ποιο μοτίβο παρατηρείς στον πίνακα;

(δ) Από πόσες κουκκίδες θα αποτελείται το 7^ο και το 10^ο σχήμα του μοτίβου;

(ε) Να σχεδιάσεις ένα σχήμα του μοτίβου, το οποίο να αποτελείται από 19 κουκκίδες.



(στ) Είναι δυνατόν ένα σχήμα του μοτίβου να αποτελείται από 40 κουκκίδες; Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

Πηγή: Cyprus Pedagogical Institute (2013). Student textbooks for Grade 3 (Part 2), Unit 3: Multiplication patterns, pp.53-54

Διδακτικό Επεισόδιο (Έργου «Σχηματισμός V»)

Αυτό το μάθημα Γ' τάξης διαρκεί περίπου μία ώρα. Ο στόχος της εκπαιδευτικού είναι να βοηθήσει τους/τις μαθητές/ήτριες να εντοπίσουν το μοτίβο για τον σχηματισμό V του πετάγματος των πουλιών. Το μάθημα ξεκινά με την εκπαιδευτικό, την κα Καθρίν, να καλεί τους/τις μαθητές/ήτριες να παρατηρήσουν και να περιγράψουν σχηματισμούς V των πουλιών. Στη συνέχεια, η τάξη μεταβαίνει στο διδακτικό εγχειρίδιο όπου οι μαθητές/ήτριες εργάζονται αυτόνομα, προσπαθώντας να βρουν τον αριθμό των πουλιών για τους πρώτους έξι όρους του μοτίβου, για να συμπληρώσουν τον πίνακα του διδακτικού εγχειριδίου (βλ. πάνω). Καθώς οι μαθητές/ήτριες βρίσκουν τον αριθμό των κουκκίδων/πουλιών για τους πρώτους όρους του μοτίβου, η εκπαιδευτικός κινείται αναμεσά τους και προσπαθεί να στηρίξει την εργασία τους. Μπαίνουμε στην τάξη όταν η εκπαιδευτικός προσπαθεί να βοηθήσει μερικούς/ές μαθητές/ήτριες να διατυπώσουν μια γενίκευση είτε προφορικά είτε συμβολικά.

Μάρκος: Κυρία, αυτό είναι δύσκολο. Δεν το καταλαβαίνω!

Κα. Καθρίν: Κοίταξε προσεκτικά το παράδειγμα που είναι γραμμένο στο βιβλίο σου [δείχνει στο διδακτικό εγχειρίδιο όπου η τάξη έχει γράψει το ακόλουθο παράδειγμα, το οποίο συζητήθηκε νωρίτερα στο μάθημα: $(1 \times 2) + 1$, $(2 \times 2) + 1$, $(3 \times 2) + 1$, κ.λπ. με το 1 να αντιπροσωπεύει το πουλί «αρχηγό» και τις παρενθέσεις τον αριθμό των «ζευγαριών»]. Παρατηρείς κάτι;

Μάρκος: [κάπως διστακτικά]: Ο αριθμός των πουλιών αυξάνεται κατά... δύο κάθε φορά;

Κα. Καθρίν [προσπαθώντας να ενθαρρύνει το Μάρκο να αναπτύξει τη σκέψη του]: Ωραία... άρα;

Μάρκος: Δεν ξέρω, νομίζω μπερδεύτηκα.

Κα. Καθρίν: Μα είσαι κοντά! Κάνε άλλη μια προσπάθεια και θα επιστρέψω σε λίγο.

Η εκπαιδευτικός βλέπει το ρολόι για να επιβεβαιώσει ότι έχει ακόμα αρκετό χρόνο για να αφήσει τους/τις μαθητές/ήτριες να δουλέψουν μόνοι/ες τους πριν κάνουν μια συζήτηση

στην ολομέλεια. Στη συνέχεια, αποφασίζει να πάει σε μια άλλη ομάδα μαθητών/τριών που παίζουν με τα μολύβια τους.

Κα. Καθρίν: Παιδιά, τι κάνουμε εδώ; Έχετε καταλάβει το μοτίβο;

Μαίρη: Ναι, το καταλάβαμε εδώ και πέντε λεπτά!

Κα. Καθρίν: Πολύ ενδιαφέρον! Μπορείτε να μου εξηγήσετε τη σκέψη σας;

Μαίρη: Είναι αρκετά εύκολο. Ο αριθμός των πουλιών [δείχνει τις κουκκίδες], εμμ υπάρχει ένα μοτίβο. Εάν είναι ο τέταρτος όρος, είναι εννέα [πουλιά], αν είναι ο πέμπτος όρος, είναι έντεκα, αν είναι ο έκτος όρος, είναι δεκατρία. Έτσι, κάθε φορά ανεβαίνει κατά δύο.

Κα. Καθρίν: Ωραία! Ας δούμε τι έκαναν οι συμμαθητές σας. Σε λίγο, θα μοιραστούμε τη δουλειά μας με όλη την τάξη. Η ομάδα της Μαίρης να ετοιμαστεί να εξηγήσει τον συλλογισμό της.

Η εκπαιδευτικός πάει γρήγορα σε μια άλλη ομάδα μαθητών/τριών που φαίνεται να είναι πολύ απογοητευμένη.

Πέτρος: Δεν ξέρουμε πώς να ξεκινήσουμε!

Κα. Καθρίν: Γιατί; Δεν παρατηρήσατε τίποτα;

Πέτρος: Όχι, ακριβώς...

Κα. Καθρίν: Εντάξει, γιατί δεν πηγαίνετε στο τραπέζι της Μαίρης για να δείτε τι έκαναν; Θα συζητήσουμε το πρόβλημα μαζί σε λίγα λεπτά.



Καθοδηγητικές Ερωτήσεις

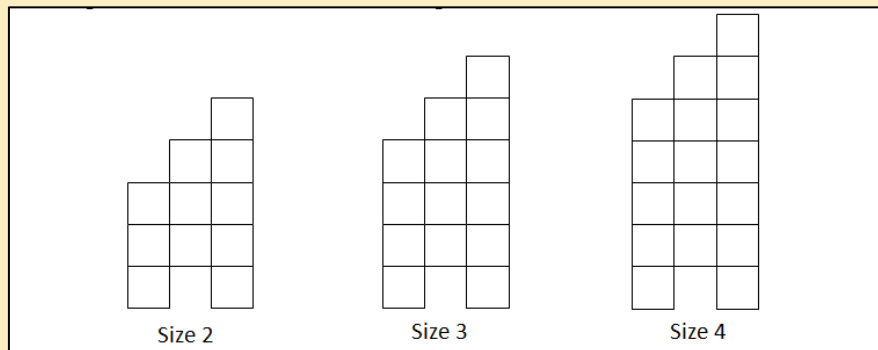
- Ποιο είναι το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης στο έργο 'Σχηματισμός-V';
- Πως χειρίστηκε η εκπαιδευτικός την πολυπλοκότητα του έργου?
- Ήταν αποτελεσματική η διαχείριση της πολυπλοκότητας του έργου; Γιατί;



Σε μια Ε' τάξη, χρησιμοποιήθηκε ένα παρόμοιο αλγεβρικό έργο. Σε αυτή την περίπτωση, ο εκπαιδευτικός σχεδίασε να χρησιμοποιήσει «Ενεργοποιητές» και «Επεκτάσεις» ως έναν τρόπο για να διαχειριστεί την πολυπλοκότητα του έργου. Πιο κάτω, μπορείτε να βρείτε το έργο και ένα απόσπασμα από το σχέδιο μαθήματός του, το οποίο προσαρμόστηκε ώστε να επικεντρωθούμε στις στρατηγικές διαφοροποίησης που χρησιμοποίησε. Να διαβάσετε το έργο και το απόσπασμα από το σχέδιο μαθήματος κι έπειτα, να συζητήσετε τις ερωτήσεις που ακολουθούν.

Έργο 2 (Έργο "Οι καρέκλες", Άλγεβρα, Ε' Τάξη)

Ο Αλέξης χρησιμοποιεί πανομοιότυπα πλακάκια για να κάνει σχέδια καρέκλας διαφορετικού μεγέθους για μια ζωγραφιά στο μάθημα της Τέχνης. Οι εικόνες δείχνουν τα τρία πρώτα δημιουργημένα σχέδια - μέγεθος 2, μέγεθος 3 και μέγεθος 4.



- Αν ο Αλέξης θέλει να δημιουργήσει μια καρέκλα μεγέθους 5, πώς μοιάζει; Μπορείτε να τη σχεδιάσετε ή να χρησιμοποιήσετε υλικά για να την αναπαραστήσετε; Πόσα πλακάκια θα χρειαστεί;
 - Να βρείτε τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται για τις καρέκλες «μεγέθους 6» και «μεγέθους 7». Να εξηγήσετε πώς το βρήκατε.
 - Να σχεδιάσετε/φτιάξετε την καρέκλα "μεγέθους 1". Πόσα πλακάκια χρειάζεστε;
- Παρατηρείτε κάποιο μοτίβο ανάμεσα στο μέγεθος των καρεκλών και τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται κάθε φορά; Να συζητήσετε αυτό το μοτίβο με τον/τη διπλανό/ή σας.
- Ο Αλέξης ήθελε να δημιουργήσει μια καρέκλα μεγέθους 20. Να συζητήσετε με τον/τη διπλανό/ή σας τον κανόνα που θα βοηθούσε τον Αλέξη να βρει τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται για αυτή την καρέκλα;

Λειτουργεί αυτός ο κανόνας και για τα προηγούμενα μεγέθη καρέκλας; Εάν συμφωνείτε, να γράψετε αυτόν τον κανόνα με λέξεις.

Να συζητήσετε αν λειτουργεί για καρέκλες οποιουδήποτε μεγέθους.
- Μπορείτε να ξαναγράψετε αυτόν τον κανόνα χρησιμοποιώντας σύμβολα/γράμματα;
- Να χρησιμοποιήσετε τον κανόνα για να υπολογίσετε τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται για μια καρέκλα μεγέθους 50.

Απόσπασμα από το Σχέδιο Μαθήματος για το έργο 'Οι καρτέκλες'

Έργο & Δραστηριότητες	Αναμενόμενη διάρκεια	Διαφοροποίηση																																		
Λύνοντας την ερώτηση 2 (Οι μαθητές εργάζονται σε ζεύγη μικτών ικανοτήτων, αλλά μπορούμε να κάνουμε αλλαγές στην ομαδοποίηση αν το θεωρούμε απαραίτητο.)	5 λεπτά	<ul style="list-style-type: none">Εισάγω τον Ενεργοποιητή 1 στους μαθητές που δεν μπορούν να σκεφτούν να αναπαραστήσουν τα δεδομένα σε πίνακα. <p>Ενεργοποιητής 1 Για να παρατηρήσετε ένα μοτίβο ανάμεσα στο μέγεθος της καρτέκλας και τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται κάθε φορά, ίσως είναι χρήσιμο να οργανώσετε αυτές τις πληροφορίες σε έναν πίνακα</p> <p>Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες που έχετε συλλέξει μέχρι τώρα.</p> <table border="1"><thead><tr><th>Μέγεθος Καρέκλας</th><th>Αριθμός των πλακιδίων που χρειάζονται</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td>11</td></tr><tr><td>3</td><td></td></tr><tr><td>4</td><td></td></tr><tr><td>5</td><td></td></tr><tr><td>6</td><td></td></tr><tr><td>7</td><td></td></tr><tr><td>8</td><td></td></tr><tr><td>:</td><td></td></tr><tr><td>:</td><td></td></tr></tbody></table> <p>Στον συμπληρωμένο πίνακά σας, παρατηρείτε οποιαδήποτε σχέση ανάμεσα στο μέγεθος των καρτεκλών και τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται κάθε φορά; (εάν αντιμετωπίζετε δυσκολίες εδώ, χρησιμοποιήστε το Ενεργοποιητή 2 για καθοδήγηση).</p> <ul style="list-style-type: none">Παρακολουθώ τη χρήση του Ενεργοποιητή 1 και δίνω τον Ενεργοποιητή 2 σε μαθητές που δε σκέφτονται από τι αποτελείται ο συνολικός αριθμός πλακιδίων (δηλαδή, δεν αναγνωρίζουν τη σημασία του μεγέθους 1 ως η σταθερά και την αύξηση και τη σύνδεσή της με το μέγεθος της καρτέκλας). <p>Ενεργοποιητής 2</p> <table border="1"><thead><tr><th>Μέγεθος καρτέκλας (Μ)</th><th>Αριθμός καρτών που χρειάζονται (Κ)</th><th>Επεξήγηση</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>8</td><td>Αφού σχεδιάσα την καρτέκλα μεγέθους 1, μέτρησα τον αριθμό των πλακιδίων που χρειαζόμαι. Η μέτρησή μου έδωσε τον αριθμό 8.</td></tr><tr><td>2</td><td>11</td><td>Αρχική Μέτρηση (8) + 3</td></tr><tr><td>3</td><td>14</td><td>Αρχική Μέτρηση (8) + 3 + 3</td></tr></tbody></table>	Μέγεθος Καρέκλας	Αριθμός των πλακιδίων που χρειάζονται	1		2	11	3		4		5		6		7		8		:		:		Μέγεθος καρτέκλας (Μ)	Αριθμός καρτών που χρειάζονται (Κ)	Επεξήγηση	1	8	Αφού σχεδιάσα την καρτέκλα μεγέθους 1, μέτρησα τον αριθμό των πλακιδίων που χρειαζόμαι. Η μέτρησή μου έδωσε τον αριθμό 8.	2	11	Αρχική Μέτρηση (8) + 3	3	14	Αρχική Μέτρηση (8) + 3 + 3
Μέγεθος Καρέκλας	Αριθμός των πλακιδίων που χρειάζονται																																			
1																																				
2	11																																			
3																																				
4																																				
5																																				
6																																				
7																																				
8																																				
:																																				
:																																				
Μέγεθος καρτέκλας (Μ)	Αριθμός καρτών που χρειάζονται (Κ)	Επεξήγηση																																		
1	8	Αφού σχεδιάσα την καρτέκλα μεγέθους 1, μέτρησα τον αριθμό των πλακιδίων που χρειαζόμαι. Η μέτρησή μου έδωσε τον αριθμό 8.																																		
2	11	Αρχική Μέτρηση (8) + 3																																		
3	14	Αρχική Μέτρηση (8) + 3 + 3																																		

4	17	Αρχική Μέτρηση (8) + 3 + 3 + 3
5	:	:
6	:	:
7	:	:
8	:	:
:	:	:
:	:	:

Επιστρέψτε στην ερώτηση 3 του Έργου.

Επεκτάσεις 1, 2 & 3
(για όσους έχουν ολοκληρώσει τις ερωτήσεις 1, 2, 3, 4 & 5

N/A

- Κατά τη διάρκεια της αυτόνομης εργασίας στην ερώτηση 1, οι μαθητές που ολοκληρώνουν γρήγορα και με ακρίβεια τις ερωτήσεις 1 έως 5 (πιθανόν χωρίς να χρειάζονται τους **Ενεργοποιητές 1 & 2**) και αποδεικνύουν την αυθεντικότητα της λύσης τους, μπορούν να δουλέψουν στις **Επεκτάσεις 1 & 2**.

Επέκταση 1

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για να βρείτε τον κανόνα των πλακιδίων που χρειαζόμαστε για καρέκλες οποιουδήποτε μεγέθους. Τέσσερις φίλοι, η Άννα, ο Μπεν, ο Ντάουν και ο Κλαρκ χρησιμοποίησαν τις διαφορετικές μεθόδους που φαίνονται παρακάτω.

Αφιερώστε λίγο χρόνο για να εξερευνήσετε καθεμιά από αυτές τις μεθόδους.

Μετάφραση:

Άννα: Λοιπόν, αυτός είναι ο τρόπος με τον οποίο βρήκα τον κανόνα. Μετέφερα το πάνω πλακίδιο κάτω στην επόμενη σειρά για να φτιάξω ένα ορθογώνιο που στέκεται σε δύο πλακίδια.

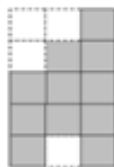
Anne: Well, this is how I worked out the rule. I shifted the top card down to the next row to form a rectangle that stands on two cards.

Μετάφραση:

Μπεν: Αυτό είναι εύκολο.
Για να βρω τον κανόνα
φαντάστηκα ότι τα σχέδια
των καρεκλών είναι μέρος
του μεγάλου ορθογωνίου,
και μετά αφάιρεσα τέσσερα
πλακίδια.

Ben: That's easy. I got the rule by first
imagining the given designs as part of a
big rectangle, then minus four cards.

Size 2



$$3 \times 5 - 4$$

Size 3



$$3 \times 6 - 4$$

Size 4



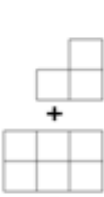
$$3 \times 7 - 4$$

Μετάφραση:

Ντάουν: Για να βρω τον
κανόνα χώρισα τα σχέδια
σε τρία μέρη όπως φαίνεται
πιο κάτω.

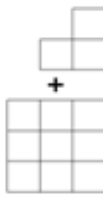
Dawn: For me, I figured out the rule by
separating the designs into three parts as
follows.

Size 2



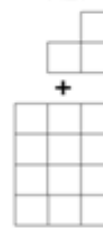
$$3 + (3 \times 2) + 2$$

Size 3



$$3 + (3 \times 3) + 2$$

Size 4



$$3 + (3 \times 4) + 2$$

Μετάφραση:

Κλαρκ: Μέτρησα τον
αριθμό των πλακιδίων σε
κάθε σχέδιο καρέκλας και
τα έγραψα σε έναν πίνακα.
Μετά δούλεψαν ανάποδα
για να βρω το μέγεθος 1.
Τελικά, βρήκα τον κανόνα
από τον πίνακα.

Clark: I counted the number of cards in each
design and recorded them in a table. Then I
worked backwards to get Size 1. Finally I
worked out the rule from the table.

Size Number	No of cards used	
1	8	8
2	11	$11 = 8 + 3$
3	14	$14 = 8 + 3 + 3$
4	17	$17 = 8 + 3 + 3 + 3$
:	:	:

1. Για καθεμία από αυτές τις μεθόδους, να γράψετε με λέξεις τον κανόνα που θα σας βοηθούσε να βρείτε τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται για μια καρέκλα οποιουδήποτε μεγέθους.
2. Μπορείτε να ξαναγράψετε αυτόν τον κανόνα χρησιμοποιώντας σύμβολα/γράμματα;
3. Ο κανόνας για κάθε μία από τις μεθόδους είναι ο ίδιος;
4. Χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε από τις μεθόδους/κανόνες, να υπολογίσετε τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται για μια καρέκλα μεγέθους 85.

Επέκταση 2:



Καθοδηγητικές Ερωτήσεις

- Επικεντρωθείτε στους «Ενεργοποιητές» και τις «Επεκτάσεις» που χρησιμοποιούνται από τον εκπαιδευτικό.
- Πώς σκέφτηκε ο εκπαιδευτικός να τα χρησιμοποιήσει;
- Να σκεφτείτε τη συμβολή τους στον χειρισμό της πολυπλοκότητας των έργων. Πώς μπορεί το σχέδιο μαθήματος του εκπαιδευτικού της Ε' τάξης να βοηθήσει στον καλύτερο χειρισμό της πολυπλοκότητας των έργων κατά την παρουσίαση και εφαρμογή τους;

Η Σκάλα της Διαφοροποίησης του Έργου

Οι μαθητές/ήτριες δε βιώνουν πάντοτε το ίδιο επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης όταν ασχολούνται με τα ίδια έργα. Ορισμένα έργα μπορεί να είναι πολύ δύσκολα ή εύκολα για διαφορετικούς/ές μαθητές/ήτριες. Σε κάποιο σημείο, οι μαθητές/ήτριες μπορεί να χρειαστούν διαφοροποιημένη διδασκαλία με βάση τις συγκεκριμένες μαθησιακές τους ανάγκες. Ένας τρόπος αντιμετώπισης αυτής της πολυπλοκότητας είναι η ανάπτυξη και η χρήση **διαβαθμισμένων έργων (tiered activities)**. Τα **διαβαθμισμένα έργα** είναι μια σειρά έργων ποικίλης πολυπλοκότητας που επικεντρώνονται στο ίδιο περιεχόμενο ή το αναλυτικό πρόγραμμα. Συχνά, ως εκπαιδευτικοί, προετοιμάζουμε ένα έργο για να εμπλέξουμε όλους τους/τις μαθητές/ήτριές μας σε μαθηματική σκέψη και συλλογισμό. Το έργο αυτό, που βρίσκεται στο αναλυτικό πρόγραμμα/διδασκτικό εγχειρίδιο, συχνά απευθύνεται σε μαθητές/ήτριες «μεσαίου επιπέδου ικανότητας», και το αποκαλούμε **«Βασικό Έργο»**. Ωστόσο, ορισμένοι/ες μαθητές/ήτριες (όχι απαραίτητα οι ίδιοι/ες κάθε φορά) ίσως χρειαστεί να εργαστούν σε ένα έργο το οποίο θα τους δίνει περισσότερη στήριξη και καθοδήγηση – τα έργα αυτά θα τα αποκαλούμε **«Ενεργοποιητές»**. Άλλοι/ες μαθητές/ήτριες (και πάλι, μπορεί να διαφέρουν από έργο σε έργο), θα μπορούσαν να ολοκληρώσουν το βασικό έργο νωρίς και να αναζητήσουν πρόσθετη μαθηματική πρόκληση. Αυτή η πρόκληση μπορεί να προσφερθεί μέσα από τα έργα που ονομάζονται **«Επεκτάσεις»**. Οι Ενεργοποιητές μπορούν να «ενεργοποιήσουν» τους/τις

μαθητές/ήτριες να σκεφτούν όταν χρειάζονται επιπλέον υποστήριξη ή καθοδήγηση για να εργαστούν στο βασικό έργο και οι **Επεκτάσεις** μπορούν να «επεκτείνουν» τη σκέψη των μαθητών/τριών που χρειάζονται μεγαλύτερη πρόκληση από εκείνη που προσφέρει το βασικό έργο. «Ένας καλός τρόπος για να αναπαραστήσουμε τα διαβαθμισμένα έργα είναι η εικόνα μιας **σκάλας**, όπου εμφανίζει το βασικό έργο στο μεσαίο σκαλοπάτι, μια πιο απαιτητική εκδοχή του βασικού έργου», η επέκταση «στο υψηλό σκαλοπάτι και μια άλλη τροποποιημένη εκδοχή του βασικού έργου», ο ενεργοποιητής, «στο πιο χαμηλό σκαλοπάτι» (Primary Professional Development Service, ndp13).



Πηγή: προσαρμογή από Primary Professional Development Service (n.d.), Differentiation in Action!
http://www.pdst.ie/sites/default/files/Session%20%20-%20Differentiation%20Resource%20_0_0.pdf



Προγραμματίζετε να χρησιμοποιήσετε τα ακόλουθα μαθηματικά έργα στα μαθήματα Μαθηματικών σας της επόμενης εβδομάδας και θέλετε να σκεφτείτε μερικούς τρόπους για να τα διαφοροποιήσετε έτσι ώστε όλοι/ες οι μαθητές/ήτριες σας να συμμετέχουν και να μάθουν. Αρχικά, να προσδιορίσετε το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησης κάθε έργου και μετά, να προτείνετε διαφορετικούς τρόπους διαφοροποίησης των έργων τουλάχιστον ένα επίπεδο προς τα πάνω (Επεκτάσεις) και ένα επίπεδο προς τα κάτω (Ενεργοποιητές) χωρίς απαραίτητα να παρουσιάσετε τις ιδέες σας γραπτώς.

Έργο 1 ('Ζάρι', Προδημοτική)



Ρίξτε τα δύο ζάρια. Κοιτάξτε τα. Τώρα κοιτάξτε αλλού. Πόσες κουκίδες είδατε; Κοιτάξτε ξανά. Ποιο είναι το άθροισμα των αριθμών; Επαναλάβετε 3 φορές.

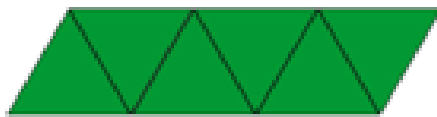
Επίπεδο Μαθηματικής Πρόκλησης:

Πιθανοί Ενεργοποιητές:

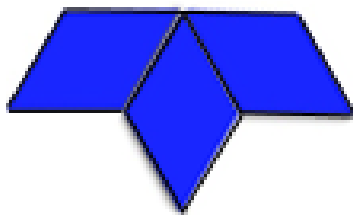
1. Ποια άλλα αθροίσματα μπορείτε να σχηματίσετε ρίχνοντας τα ζάρια;
2. Ποιο είναι το μικρότερο άθροισμα που μπορείτε να σχηματίσετε με τα ζάρια;
3. Ποιο είναι το μεγαλύτερο άθροισμα που μπορείτε να σχηματίσετε με τα ζάρια;
4. Ποια είναι όλα τα πιθανά αθροίσματα που μπορείτε να σχηματίσετε με τα ζάρια; Πως το ξέρεις;

Πιθανές Επεκτάσεις:

Έργο 2 ('Οι επιφάνειες', Β' Τάξη)



Επιφάνεια Α



Επιφάνεια Β



Η επιφάνεια Α είναι μεγαλύτερη από τη Β.

Κώστας



Η επιφάνεια Α είναι ίση με την Β.

Σάββας

- α) Με ποιο από τα δύο παιδιά συμφωνείτε; Να εξηγήσετε.

Επίπεδο Μαθηματικής πρόκλησης:

Πιθανοί Ενεργοποιητές:

Πιθανές Επεκτάσεις:

Έργο 3 ('Το δώρο', ΣΤ' Τάξη)

Ο Ανδρέας και ο Κωνσταντίνος είχαν κάποια χρήματα με αναλογία 3:4, αντίστοιχα. Αποφάσισαν να αγοράσουν ένα δώρο γενεθλίων για τη μητέρα τους μοιράζοντας το κόστος. Για την αγορά του δώρου, ο Αντρέας ξόδεψε όλα τα χρήματά του. Του Κωνσταντίνου του έμειναν 21

Επίπεδο Μαθηματικής Πρόκλησης:

Πιθανοί Ενεργοποιητές:

Ευρώ. Να βρείτε την τιμή του δώρου καθώς και πόσα χρήματα ξόδεψε ο καθένας από τους δύο αδελφούς για το δώρο.



Πιθανές Επεκτάσεις:

Διαφοροποίηση: Κάποιες Αρχές όταν Τροποποιούμε ένα Έργο

Κατά τον σχεδιασμό των διαβαθμισμένων έργων είναι σημαντικό να σκεφτόμαστε τουλάχιστον τρεις ομάδες μαθητών: αυτούς που βρίσκονται στο «αρχικό/χαμηλό» επίπεδο, αυτούς που βρίσκονται σε ένα «τυπικό» επίπεδο και εκείνους που είναι σε θέση να εργαστούν σε πιο απαιτητικά έργα, δηλαδή, έργα υψηλότερης μαθηματικής πρόκλησης. Έχετε όμως κατά νου ότι αυτές οι ομάδες δεν είναι πάντα σταθερές. Ένας/μία μαθητή/ήτρια μπορεί να εντάσσεται στην πρώτη ομάδα για ένα έργο και στη δεύτερη ομάδα για ένα άλλο έργο.

Η χρήση της σκάλας της διαφοροποίησης των έργων μπορεί να είναι αποτελεσματική εάν ληφθούν υπόψη οι ακόλουθες αρχές:

- Τα έργα θα πρέπει να επικεντρώνονται στους μαθησιακούς στόχους και τις βασικές έννοιες.
- Τα έργα θα πρέπει να ανταποκρίνονται στις ειδικές μαθησιακές ανάγκες διαφορετικών ομάδων ανάλογα με την ικανότητα, την ετοιμότητα, το βαθμό υποστήριξης που απαιτείται και τις προτιμήσεις τρόπου μάθησης.
- Τα έργα πρέπει να εμπλέκουν τους μαθητές και να είναι ενδιαφέροντα.
- Οι Επεκτάσεις δεν πρέπει να είναι απλώς «περισσότερη δουλειά» για τους μαθητές, ενώ οι Ενεργοποιητές δεν πρέπει να αντιπροσωπεύουν «υποβαθμισμένες» εκδοχές του βασικού έργου.



Συνδέσεις με την Πρακτική (μου)



Να ετοιμάσετε ένα σχέδιο μαθήματος που να περιλαμβάνει ένα έργο με μαθηματική πρόκληση και 2-3 στρατηγικές διαφοροποίησης από αυτές που συζητήθηκαν στη σημερινή συνάντηση. Στη συνέχεια, να διδάξετε και να οπτικογραφήσετε αυτό το μάθημα.



Να παρακολουθήσετε το οπτικογραφημένο μάθημα και να αποφασίσετε πόσο αποτελεσματική ήταν η διαφοροποιημένη προσέγγιση.

- Με ποιους τρόπους ο σχεδιασμός του μαθήματος όπως συζητήθηκε σήμερα, σας βοήθησε στη διδασκαλία;
- Οι στρατηγικές διαφοροποίησης βοήθησαν όλους τους μαθητές να εργαστούν παραγωγικά στο έργο;
- Ποια προβλήματα αντιμετωπίσατε κατά τη διάρκεια της εφαρμογής του έργου; Με ποιον τρόπο θα μπορούσατε να αντιμετωπίσετε αυτά τα προβλήματα;



Να επιλέξετε κάποια επεισόδια που να παρουσιάζουν διαφοροποίηση προς τα πάνω ή/και προς τα κάτω τα οποία να μοιραστείτε με τους/τις συναδέλφους σας κατά την επόμενη συνάντηση.

Καταληκτική Δραστηριότητα



Εργαζόμενοι σε ζευγάρια, να ονομάσετε μερικές στρατηγικές διαφοροποίησης που έχετε εξετάσει για να ρυθμίσετε το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης ενός έργου.