



ΟΔΗΓΟΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ 1: Γνωστική Ενεργοποίηση των Μαθητών και Διαφοροποίηση: Εισαγωγή

Πρόγραμμα EDUCATE



Χρηματοδοτείται από το
Πρόγραμμα ERASMUS+
της Ευρωπαϊκής Ένωσης





© 2018

© Αναθεωρημένη έκδοση 2020

Πανεπιστήμιο Κύπρου

Marino Institute of Education και Trinity College Dublin

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου

Επιτροπή Ανάπτυξης και Βελτίωσης της Σχολικής Μονάδας, Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού

Δημοτικό Σχολείο Terra Santa

Το πρόγραμμα με τίτλο «Enhancing Differentiated Instruction and Cognitive Activation in Mathematics Lessons by Supporting Teacher Learning (EDUCATE)» χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η παρούσα δημοσίευση δεσμεύει μόνο τους συντάκτες της και η Επιτροπή δεν ευθύνεται για τυχόν χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτή.



Οργανισμοί

Μέλη¹



Δρ. Χαράλαμπος Γ. Χαράλαμπος
Καθηγητής Κωνσταντίνου Κωνσταντίνος
Γεωργίου Χλόη
Γεωργίου Κασσάνδρα
Κασάπη Ευρυδίκη
Καθηγήτρια Κουτσελίνη Μαίρη
Δρ. Ολυμπίου Γιώργος
Δρ. Φιλίππου Σταυρούλα
Καθηγήτρια Πιπτα-Πανταζή Δήμητρα



Burke Damien
Concarr Ann
Dr. Delaney Seán
Dr. Gurhy Ann Marie
Dr. Prendergast Mark
Purfill Trevor
Timmins Paul



HELLENIC REPUBLIC
National and Kapodistrian
University of Athens

Καθηγήτρια Πόταρη Δέσποινα
Δρ. Ψυχάρης Γιώργος
Δρ. Τριανταφύλλου Χρυσσαυγή
Καθηγητής Ζαχαριάδης Θεοδόσιος



Professor da Ponte João Pedro
Dr. Guimarães Henrique
Dr. Henriques Ana
Dr. Santos Leonor
Dr. Oliveira Hélia



Δρ. Αγαθαγγέλου Σοφία
Δρ. Χριστοφίδου Έλενα
Δρ. Παπαδούρης Νίκος



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

Δημοσθένης Χρήστος
Ιωαννίδης Στέλιος
Δρ. Κυθρεώτης Ανδρέας
Δρ. Σαββίδης Γιάννης
Δρ. Στυλιανίδης Μάριος
Δρ. Θεοδωρίδης Ανδρέας
Θεοδώρου Ροδούλα
Δρ. Γιαλουρίδης Γιώργος



Δρ. Μιχαηλίδης Γιώργος
Νικολάου Σάββας

¹ Όλα τα ονόματα παρατίθενται αλφαβητικά.



ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ 1

Εστιάζοντας σε Έργα με Μαθηματική Πρόκληση στα Μαθηματικά

Αναμενόμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα

Στο πέρας αυτής της Ανάλυση Περίπτωσης Πρακτικής, οι εκπαιδευτικοί θα είναι σε θέση να:

- Εξηγούν τι είναι τα έργα με μαθηματική πρόκληση (ΜΣ1²),
- Προσδιορίζουν στοιχεία που καθιστούν ένα έργο γνωστικά απαιτητικό (ΜΣ1),
- Περιγράφουν πώς οι δυνατότητες εμπλοκής των μαθητών σε γνωστικά απαιτητικά έργα μπορούν να προσαρμοστούν κατά την παρουσίαση και εφαρμογή τους (ΜΣ2),
- Συζητούν για το πώς η διεξαγωγή ενός έργου μπορεί να προσφέρει διαφορετικές ευκαιρίες μάθησης στους μαθητές (ΜΣ2).

Σύντομη Περιγραφή των Δραστηριοτήτων και Πώς Αυτές Μπορούν να Υλοποιηθούν

Εισαγωγική Δραστηριότητα

 **Ενδεικτική Διάρκεια:** 40 λεπτά

Η εισαγωγική δραστηριότητα αποτελείται από δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος, γίνεται μία δραστηριότητα ιδεοθύελλας με στόχο την παραγωγή ιδεών από μέρους των εκπαιδευτικών σχετικά με τους παράγοντες που μπορεί να επηρεάζουν τη μαθηματική σκέψη και συλλογισμό των μαθητών. Στο δεύτερο μέρος, οι εκπαιδευτικοί θα γνωρίσουν το *Μοντέλο Εξέλιξης των Μαθηματικών Έργων* (MTF, Stein *et al.*, 2000), ως εργαλείο που θα τους βοηθήσει να ταξινομήσουν αυτούς τους παράγοντες και ακολούθως να λάβουν πιο ενημερωμένες και σκόπιμες αποφάσεις σχετικά με τις ευκαιρίες που δημιουργούν για την ανάπτυξη μαθηματικής σκέψης και συλλογισμού από τους μαθητές τους.

1) Μέρος 1: Δραστηριότητα Καταιγισμού Ιδεών

 **Ενδεικτική Διάρκεια:** 20 λεπτά

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι συμμετέχοντες θα κληθούν να παραθέσουν παραδείγματα από τις διδακτικές τους εμπειρίες ή άλλους παράγοντες που διευκολύνουν ή παρεμποδίζουν τη δημιουργία ενός αποτελεσματικού πλαισίου για εμπλοκή των μαθητών σε δεξιότητες μαθηματικής σκέψης και συλλογισμού. γνωστικά απαιτητικά έργα. Το απόσπασμα που προβάλλεται ή/και η απομαγνητοφώνηση που μελετάται σε αυτή την εισαγωγική δραστηριότητα χρησιμεύουν για να εγείρουν τη συζήτηση. Δώστε στους συμμετέχοντες 4-5 λεπτά για να απαντήσουν στις ερωτήσεις

² Η συντομογραφία ΜΣ αναφέρεται στους Μαθησιακούς Στόχους της σελίδας 62 της Διδακτικής Ενότητας 1.



είτε ατομικά, είτε σε ζεύγη. Έπειτα, ζητήστε να μοιραστούν τις απαντήσεις τους με την υπόλοιπη ομάδα. Ενώ συμβαίνει αυτό, μπορείτε να ομαδοποιήσετε τους παράγοντες (π.χ., παράγοντες που σχετίζονται με τον μαθητή, παράγοντες που σχετίζονται με τον εκπαιδευτικό, παράγοντες που αφορούν την τάξη, εξωτερικοί παράγοντες, κ.λπ.) και να τους καταγράψετε στον πίνακα καθώς οι εκπαιδευτικοί μοιράζονται ιδέες και παραδείγματα. Εναλλακτικά μπορείτε να δώσετε έναν πίνακα με αυτές τις επικεφαλίδες και να ζητήσετε από τους εκπαιδευτικούς να τον συμπληρώσουν. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αναφερθούν σε παράγοντες που υποστηρίζουν την ανάπτυξη ανώτερων δεξιοτήτων μαθηματικής σκέψης και συλλογισμού, οι οποίοι περιλαμβάνουν, αλλά δεν περιορίζονται (σ)τα εξής:

- Σχεδιασμός, επιλογή και χρήση κατάλληλων/απαιτητικών έργων
- Διευκρίνιση του έργου χωρίς επεξήγησή του
- Παρουσίαση μιας μεθόδου επίλυσης χωρίς υπόδειξη προς τους μαθητές πώς να επιλύσουν το έργο
- Αφουγκρασμός των μαθητών (και αποφυγή ομιλίας)
- Παρακολούθηση του τρόπου εργασίας των μαθητών, πριν οποιαδήποτε παρέμβαση
- Παροχή μέσων που θα βοηθήσουν τους μαθητές να παρακολουθήσουν την πρόοδο της εργασίας τους και να αναστοχαστούν επί της διαδικασίας
- Παροχή αρκετού χρόνου (όχι πάρα πολύς, ούτε πολύ λίγος) για να υπάρξει παραγωγικός μόχθος επί του έργου
- Εξέλιξη με βάση τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών
- Σκιαγράφηση συχνών εννοιολογικών συνδέσεων
- Παρουσίαση υψηλού επιπέδου επίδοσης
- Εκμείευση αιτιολόγησης ή επεξήγησης από τους μαθητές
- Καλή γνώση περιεχομένου και γνώση περί διδασκαλίας
- Καλή κατανόηση του έργου και των παιδαγωγικών του δυνατοτήτων

Οι εκπαιδευτικοί θα μπορούσαν πιθανώς να αναφέρουν παράγοντες που παρεμποδίζουν την ανάπτυξη ανώτερων δεξιοτήτων μαθηματικής σκέψης και συλλογισμού, οι οποίοι περιλαμβάνουν, αλλά δεν περιορίζονται (σ)τα εξής:

- Σχεδιασμός ή επιλογή και αξιοποίηση ακατάλληλων/λιγότερο απαιτητικών έργων,
- Μηχανοποίηση των απαιτητικών μερών ενός έργου (υπό τύπο ρουτίνας),
- Μετατόπιση της έμφασης από το νόημα, τις έννοιες και την κατανόηση, στην ορθότητα και την ολοκλήρωση
- Προσδιορισμός και κοινοποίηση μιας λύσης σε ένα απαιτητικό έργο από πολύ νωρίς,
- Ακατάλληλη οργάνωση του χρόνου για την επίλυση ενός έργου (είτε πολύς, είτε λίγος χρόνος)
- Πίεση/προσπάθεια να καλυφθεί η υπερφορτωμένη ύλη,
- Προβλήματα διαχείρισης τάξης,
- Η τάση των εκπαιδευτικών να «παρεμβαίνουν και να σκέφτονται στη θέση των μαθητών,
- Η ανάγκη των εκπαιδευτικών να διδάξουν τις ορθές έννοιες στους μαθητές και να διασφαλίσουν ότι τίποτα δεν θα πάει λάθος,
- Ο δισταγμός των μαθητών να εργαστούν σε απαιτητικά έργα,
- Έλλειψη ευθύνης από τους μαθητές σε σχέση με διαδικασίες και αποτελέσματα ανώτερου επιπέδου,



- Δυσκολία εκπαιδευτικών στη διαχείριση των πολλαπλών απαντήσεων των μαθητών.

2) Μέρος 2: Μοντέλο Εξέλιξης των Μαθηματικών Έργων (MEME)



Ενδεικτική Διάρκεια: 20 λεπτά

Στους εκπαιδευτικούς δίνεται μία οπτική αναπαράσταση του Μοντέλου Εξέλιξης των Μαθηματικών Έργων, στην οποία φαίνονται τα τρία βασικά στάδια της εξέλιξης του έργου: αρχικά, όπως τα έργα εμφανίζονται στο Αναλυτικό Πρόγραμμα, έπειτα, όπως οργανώνονται από τον εκπαιδευτικό κατά τη διδασκαλία (παρουσίαση έργου) και, τέλος, όπως εφαρμόζονται από τον εκπαιδευτικό και τους μαθητές. Όλες οι φάσεις είναι σημαντικές για τη μάθηση, ωστόσο η φάση της εφαρμογής είναι αυτή που καθορίζει σε μεγαλύτερο βαθμό τι μαθαίνουν οι μαθητές. Το διάγραμμα συνοδεύεται από ένα σύντομο και εύκολα αναγνώσιμο κείμενο που εξηγεί τι είναι το MEME και πώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Δώστε 5 λεπτά στους εκπαιδευτικούς να παρατηρήσουν το σχήμα και να μελετήσουν το κείμενο. Έπειτα, ξεκινήστε τη συζήτηση ζητώντας από τους εκπαιδευτικούς να περιγράψουν και να επεξηγήσουν το σχήμα και τι κατανοούν από το κείμενο. Συνδέστε τους παράγοντες που προέκυψαν στην ιδεοθύελλα, ζητώντας από τους εκπαιδευτικούς να κατανέμουν προφορικά τους παράγοντες αυτούς στις τρεις φάσεις του μοντέλου. Μπορείτε να ζητήσετε από τους εκπαιδευτικούς να σχολιάσουν τη χρησιμότητα του μοντέλου για κατηγοριοποίηση των παραγόντων, σε σχέση με την εργασία τους. Εδώ μπορούν να αναφερθούν διάφορα παραδείγματα, όπως: ένα έργο ανώτερου επιπέδου, όπως εμφανίζεται στο βιβλίο μαθητή μπορεί να μετατραπεί σε έργο χαμηλού επιπέδου, επειδή ο εκπαιδευτικός δείχνει στους μαθητές πώς ακριβώς να απαντήσουν στο ερώτημα, είτε κατά την παρουσίαση του έργου, είτε επειδή οι μαθητές δεν νιώθουν άνετα με τέτοια έργα και τα παρατούν. Ως εκπαιδευτής, θα πρέπει να διατηρήσετε την εστίαση της δραστηριότητας στο πώς διαφορετικές ενέργειες του εκπαιδευτικού μπορεί να διατηρήσουν ή να μειώσουν το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης ενός έργου. Η ερώτηση που ακολουθεί καλεί τους εκπαιδευτικούς να αυτο-αξιολογήσουν τη διδασκαλία τους, και να προσδιορίσουν σε ποια/ες από τις τρεις διδακτικές φάσεις του MEME ενδεχομένως να χρειάζονται περισσότερη στήριξη. Αυτό μπορεί να καθοδηγήσει τους εκπαιδευτικούς στην επιλογή της ενότητας με την οποία θα ήθελαν να ασχοληθούν στη συνέχεια (Η Ενότητα 2 σχετίζεται περισσότερο με τον σχεδιασμό του μαθήματος, οι Ενότητες 4 και 3 σχετίζονται αντίστοιχα με τις φάσεις της παρουσίασης και της εφαρμογής του έργου, ενώ η Ενότητα 5 αφορά την δημιουργία κουλτούρας για εμπλοκή του συνόλου των μαθητών σε έργα με μαθηματική πρόκληση). Κατά τη διάρκεια της συζήτησης, δεν θα πρέπει να πιέσετε τους εκπαιδευτικούς να αναφερθούν στις προκλήσεις που οι ίδιοι αντιμετωπίζουν, δεδομένου ότι αυτή είναι η πρώτη Ανάλυση Περίπτωσης Πρακτικής, αλλά να σεβαστείτε τους δισταγμούς που μπορεί να έχουν στο να μοιραστούν αυτές τις προκλήσεις. Θα μπορούσατε, ωστόσο, να επισημάνετε ότι αρκετοί εκπαιδευτικοί αντιμετωπίζουν διαφορετικές προκλήσεις κατά την επιλογή και εφαρμογή των έργων, αφού πρόκειται για κάτι πραγματικά δύσκολο.

Δραστηριότητα 1 - Εστιάζοντας στην Επιλογή του Έργου



Ενδεικτική Διάρκεια: 30 λεπτά

Σε αυτή τη δραστηριότητα, δίνονται στους συμμετέχοντες τέσσερα έργα (Τα έργα 1 και 4 είναι χαμηλού επιπέδου πρόκλησης, ενώ τα έργα 2 και 3 υψηλού επιπέδου. Σημειώστε ότι τα έργα 1 και 4 ζητούν από τους μαθητές να θυμηθούν συγκεκριμένα ονόματα ιδιοτήτων και να θυμηθούν και να εφαρμόσουν συγκεκριμένους αλγορίθμους για να εντοπίσουν τα ολοκληρώματα). Τα έργα αυτής της δραστηριότητας μπορεί να αντικατασταθούν από άλλα έργα της επιλογής σας, εάν θεωρήσετε ότι θα είναι καταλληλότερα για την ομάδα σας. Δώστε 5-8 λεπτά στους συμμετέχοντες να μελετήσουν τα έργα και να τα κατατάξουν με βάση το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης (χαμηλό ή. υψηλό), λαμβάνοντας υπόψη το τους μαθητές στους οποίους απευθύνονται. Έπειτα, καλέστε τους συμμετέχοντες να παρουσιάσουν την κατάταξή τους και, ενώ το κάνουν, ζητήστε επιπλέον σχόλια ή επεξηγήσεις από τους ίδιους, αλλά και την υπόλοιπη ομάδα. Οι συμμετέχοντες μπορούν να σημειώνουν τα κύρια σημεία και ιδέες. Πιθανές απαντήσεις σε αυτή τη δραστηριότητα:

- Οι εκπαιδευτικοί μπορεί να θεωρήσουν το έργο 1 ως υψηλού επιπέδου επειδή πολλοί μαθητές τείνουν να συγχέουν τα ονόματα αυτών των μαθηματικών ιδιοτήτων.
- Οι εκπαιδευτικοί μπορεί να θεωρήσουν τα έργα 2 και 3 ως υψηλού ή χαμηλού επιπέδου λόγω της χρήσης αναπαραστάσεων / εικόνων.
- Οι εκπαιδευτικοί μπορεί να συσχετίζουν κάθε έργο σε σχέση με τον χρόνο που χρειάζεται για να επιλυθεί (π.χ. το έργο 4 μπορεί να θεωρηθεί ως εργασία υψηλού επιπέδου εάν οι μαθητές έχουν περίπου ένα λεπτό για να το λύσουν).
- Οι εκπαιδευτικοί μπορεί να θεωρήσουν τα έργα 2 και 4 ως υψηλού επιπέδου επειδή προέρχονται από βαθμίδες ανώτερης δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης σε σύγκριση με τα έργα 1 και 3.
- Το έργο 4 μπορεί να θεωρηθεί σύνθετο επειδή περιλαμβάνει πιο προηγμένο μαθηματικό περιεχόμενο (δηλαδή ολοκληρώματα). Η συμπεριληψη πιο προηγμένου μαθηματικού περιεχομένου δεν καθιστά ένα έργο πιο πολύπλοκο.

Σε κάθε περίπτωση, προσπαθήστε να εστιάσετε την προσοχή των εκπαιδευτικών στα ουσιώδη, παρά στα επιφανειακά χαρακτηριστικά των έργων. Αυτά περιέχουν, χωρίς να περιορίζονται, στην παρακάτω λίστα. Καθώς οι εκπαιδευτικοί εντοπίζουν τα χαρακτηριστικά αυτά, μπορούν να τα καταγράφουν. Μπορείτε επίσης να καταγράψετε τα χαρακτηριστικά στον πίνακα ή στη διαφάνεια μια παρουσίασης στο Power Point. Ουσιώδη χαρακτηριστικά των απαιτητικών έργων:

- Απαιτούν σύνθετη σκέψη
- Απαιτούν από τους μαθητές να παρέχουν επεξηγήσεις ή αιτιολογήσεις που εστιάζουν στις βαθύτερες μαθηματικές ιδέες
- Απαιτούν από τους μαθητές να εξερευνήσουν και κατανοήσουν μαθηματικές έννοιες και ιδέες
- Επιλύονται με πολλαπλούς τρόπους
- Εστιάζουν στην ανάπτυξη βαθύτερης κατανόησης
- Δεν είναι αλγοριθμικού τύπου, δεν περιλαμβάνουν αναπαραγωγή γνωστών δεδομένων, κανόνων ή ορισμών
- Μπορούν να επιλυθούν μέσω διαδικασιών που συνδέονται με έννοιες και αναπαραστάσεις

- Μπορούν να τοποθετηθούν σε καθημερινό πλαίσιο, σχετικό με τις εμπειρίες των μαθητών.

Οι εκπαιδευτικοί μπορεί να επισημάνουν εδώ ότι, χωρίς στοιχεία για τους μαθητές και τις προηγούμενες τους γνώσεις, η ταξινόμηση των έργων σε έργα με υψηλότερο/χαμηλότερο επίπεδο πρόκλησης είναι δύσκολη. Αναγνωρίστε την πραγματικότητα αυτή και συνδέστε με την Ενότητα 2 -Περίπτωσης Πρακτικής 3, που εστιάζει σε αυτό ακριβώς το ζήτημα. Ζητήστε, ωστόσο, από τους εκπαιδευτικούς, να εστιάσουν, προς το παρόν, στον «μέσο» μαθητή μιας συγκεκριμένης τάξης, αφήνοντας στην άκρη, προσωρινά, τα ζητήματα που σχετίζονται με το επίπεδο μαθησιακής ετοιμότητας.

Στο δεύτερο καθοδηγητικό ερώτημα της δραστηριότητας, οι εκπαιδευτικοί καλούνται να σκεφθούν μερικές δυσκολίες/προκλήσεις που μπορεί να εμποδίζουν τη χρήση τέτοιων έργων στη διδασκαλία τους καθώς και πιθανούς τρόπους για αντιμετώπιση των προκλήσεων αυτών. Στον πιο κάτω πίνακα φαίνονται ιδέες που θα διευκολύνουν τη συζήτηση γύρω από αυτά τα ζητήματα. Εάν δεν έχετε τον χρόνο να εργαστείτε με αυτό, μπορείτε να παραλείψετε την ερώτηση και να προχωρήσετε στην επόμενη δραστηριότητα.

Δυσκολίες/ Προκλήσεις	Πιθανοί Τρόποι Αντιμετώπισης
<ul style="list-style-type: none">• Στα βιβλία μαθητή και στο άλλο υλικό του Α.Π. δεν περιλαμβάνονται γνωστικά απαιτητικά έργα.	<ul style="list-style-type: none">• Μπορείτε να εντοπίσετε τέτοια έργα διαδικτυακά ή να τροποποιήσετε τα έργα στο βιβλίο μαθητή για να γίνουν πιο απαιτητικά. Βλέπε Παράρτημα 2 για ιδέες που εισηγείται η Deborah Ball σχετικά με την αναδιαμόρφωση έργων στα βιβλία μαθηματικών.
<ul style="list-style-type: none">• Μερικά από τα χαρακτηριστικά του μπορεί να είναι παραπλανητικά, π.χ. μια εικόνα ή αναπαράσταση μπορεί να μας οδηγήσει να σκεφτούμε ότι το έργο είναι γνωστικά απαιτητικό, ενώ δεν είναι.	<ul style="list-style-type: none">• Σκεφτείτε το επίπεδο ή είδος μαθηματικής σκέψης ή συλλογισμού που απαιτείται να κάνουν οι μαθητές. (Χρειάζεται απλά να εφαρμόσουν μια διαδικασία χωρίς να υπάρχει έμφαση σε εννοιολογική κατανόηση; Χρειάζεται να επαναλάβουν ήδη γνωστά στοιχεία/σχέσεις και κανόνες; Απαιτείται η επίλυση με πολλαπλούς τρόπους;)• Εντοπίστε την «πηγή» πρόκλησης. Να θυμάστε ότι η πρόκληση πρέπει να πηγάζει από τα Μαθηματικά και όχι από το γλωσσικό επίπεδο του προβλήματος.
<ul style="list-style-type: none">• Μερικές φορές, έργα που είναι απαιτητικά περιλαμβάνουν υπο-ερωτήματα που καθοδηγούν τους μαθητές βήμα-βήμα στην επίλυσή τους.	<ul style="list-style-type: none">• Εάν νομίζετε ότι τα υπο-ερωτήματα αυτά «κάνουν» τη σκέψη στη θέση των μαθητών, μπορεί να επιλέξετε να μην τα χρησιμοποιήσετε ή να τα χρησιμοποιήσετε μόνο με ορισμένους μαθητές, αντί όλους (βλέπε τη συζήτηση για ενεργοποιητές στις άλλες τέσσερις ενότητες).

Δραστηριότητα 2 - Εστιάζοντας στην Εφαρμογή του Έργου



Ενδεικτική Διάρκεια: 30 λεπτά

Παρατίθεται ένα μικρό απόσπασμα από το *Αρχές και Επίπεδα* του Εθνικού Συμβουλίου Διδασκόντων Μαθηματικών στις Η.Π.Α. (2000), που τονίζει τον «ρόλο-κλειδί» των εκπαιδευτικών τόσο στην επιλογή γνωστικά απαιτητικών έργων, αλλά και στην διατήρηση του επιπέδου μαθηματικής πρόκλησης κατά την παρουσίαση και εφαρμογή τους. Η βασική ιδέα είναι ότι σε τάξεις που εφαρμόζονται γνωστικά απαιτητικά έργα με τρόπο που διατηρείται το υψηλό επίπεδο



πρόκλησης, οι μαθητές έχουν πιθανώς περισσότερες ευκαιρίες να αναπτύξουν τη μαθηματική σκέψη και συλλογισμό. Σκοπός αυτής της δραστηριότητας είναι οι εκπαιδευτικοί να σκεφτούν ποιες διδακτικές ενέργειες και αποφάσεις τους επηρεάζουν αυτές τις ευκαιρίες για τους μαθητές. Για τον σκοπό αυτό, θα μελετήσουν ένα έργο Γεωμετρίας από μια τάξη μαθηματικών σε Α' Λυκείου σε κάποιο Ελληνικό λύκειο και θα προσδιορίσουν το επίπεδο πρόκλησής του (Βλέπε Παράρτημα 11 για την απομαγνητοφώνηση)³. Έπειτα, θα συγκρίνουν το επίπεδο πρόκλησης του έργου, όπως εμφανίζεται στο υλικό του εκπαιδευτικού, και το επίπεδο πρόκλησης, όπως διαμορφώνεται κατά την παρουσίαση και εφαρμογή του έργου (ατομική εργασία και συζήτηση στην ολομέλεια) στα τρία σύντομα αποσπάσματα, που αποτυπώνουν την ενεργοποίηση και εκτέλεση του έργου. Αναλόγως χρόνου, μπορείτε να επιλέξετε να προβάλετε τουλάχιστον ένα μέρος από κάθε κατηγορία (παρουσίαση, ατομική εργασία, ή/και εργασία στην ολομέλεια). Πριν από την προβολή των αποσπασμάτων, μπορείτε να αφήσετε τους εκπαιδευτικούς να διαβάσουν το κείμενο για το πλαίσιο των αποσπασμάτων ή να το παρουσιάσετε σύντομα, αναλόγως χρόνου⁴. Ενθαρρύνετε τους εκπαιδευτικούς να παρακολουθήσουν με συγκεκριμένη εστίαση τα αποσπάσματα: θα πρέπει να έχουν υπόψη τους τις καθοδηγητικές ερωτήσεις που έπονται της περιγραφής του πλαισίου⁵. Μετά την προβολή των αποσπασμάτων, ζητήστε από τους εκπαιδευτικούς να αναστοχαστούν επί όσων παρακολούθησαν, με βάση τις ερωτήσεις. Έπειτα, άστε τους για λίγο χρόνο να εργαστούν ατομικά ή σε ζεύγη για να εντοπίσουν και να καταγράψουν μερικές ενέργειες του εκπαιδευτικού που συμβάλλουν στην παρουσίαση και εκτέλεση του έργου με τρόπο που το επίπεδο πρόκλησης παραμένει υψηλό (ή, αντίθετα, με τρόπο που το επίπεδο πρόκλησης μειώνεται σε σχέση με αυτό που επιδιώκει το Α.Π.). Ο πίνακας που υπάρχει στο υλικό των εκπαιδευτικών θα τους βοηθήσει να οργανώσουν τις ιδέες τους. Μπορείτε επίσης σχηματίσετε τον ίδιο πίνακα στον πίνακα σημειώσεων ή σε ένα αρχείο Power point για να καταγράψετε τις ιδέες τους.

³ Στις δραστηριότητες που περιλαμβάνουν ένα μαθηματικό έργο, οι εκπαιδευτές των εκπαιδευτικών πρέπει να ζητούν από τους συμμετέχοντες να ξεκινήσουν με την επίλυση του έργου. Για παράδειγμα, στην Ανάλυση Περίπτωσης Πρακτικής 1 - Δραστηριότητα 2, είναι απαραίτητο να υπάρχει μια ιδέα για τις διαφορετικές περιπτώσεις τετράπλευρων, ώστε να μπορούν οι συμμετέχοντες να κατανοήσουν την κατάσταση που περιγράφεται.

⁴ Στις δραστηριότητες που περιλαμβάνουν εισαγωγή και συζήτηση οπτικογραφήσεων, πριν την παρακολούθηση της οπτικογράφησης, οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να έχουν λίγα λεπτά για να διαβάσουν το έργο και να καθορίσουν το επίπεδο πρόκλησης, τους μαθησιακούς στόχους που εξυπηρετεί και / ή τα μέρη που έχουν μαθηματική πρόκληση. Αυτό θα τους βοηθήσει να συγκρίνουν το επίπεδο των απαιτήσεων των δραστηριοτήτων στα υλικά του προγράμματος σπουδών με τις απαιτήσεις τους κατά την εφαρμογή του έργου.

⁵ Σε αυτές τις δραστηριότητες, οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να διαβάσουν στοχευμένες ερωτήσεις που ακολουθούν την περιγραφή της οπτικογράφησης, προκειμένου να έχουν συγκεκριμένα σημεία εστίασης κατά την παρακολούθηση. Μια ανοικτή ερώτηση (και όχι μια ερώτηση κλειστού τύπου) θα πρέπει να τίθεται από τον εκπαιδευτή των εκπαιδευτικών μετά την παρακολούθηση της οπτικογράφησης.

Μερικές πιθανές ενέργειες που συμβάλλουν στη **διατήρηση του επιπέδου μαθηματικής πρόκλησης**:

Εισαγωγή του έργου	Αυτόνομη Εργασία	Συζήτηση στην Ολομέλεια
<ul style="list-style-type: none">Οι μαθητές καλούνται να εξηγήσουν με δικά τους λόγια τι τους ζητείται να κάνουν, αντί να το κάνει ο εκπαιδευτικόςΟι μαθητές καλούνται να πουν στον διπλανό τους τι ζητείται να κάνουνΔίνεται χρόνος στους μαθητές να μελετήσουν και να κατανοήσουν το έργο	<ul style="list-style-type: none">Αποφεύγεται να γίνεται η σκέψη στη θέση των μαθητώνΟι μαθητές καλούνται να εξηγήσουν τι έκαναν και τι τους δυσκολεύειΤίθενται ερωτήσεις στους μαθητές, αντί να τους δίνονται απαντήσειςΙκανοποίηση όταν οι μαθητές προσπαθούν (αγωνίζονται να λύσουν την άσκηση) - είναι σημαντικό για τη μάθηση	<ul style="list-style-type: none">Σκόπιμη επιλογή του τι και με ποια σειρά θα συζητηθεί στην ολομέλειαΟι μαθητές καλούνται να κάνουν συνδέσεις ανάμεσα στις ιδέες που ακούγονται

Μερικές ενέργειες που συμβάλλουν στη **μείωση του επιπέδου μαθηματικής πρόκλησης**:

Εισαγωγή του έργου	Ατομική Εργασία	Συζήτηση στην Ολομέλεια
<ul style="list-style-type: none">Παροχή πολλών/καθοδηγητικών επεξηγήσεων κατά την παρουσίαση του έργουΆμεσα ή έμμεσα ζητείται από τους μαθητές να εργαστούν με συγκεκριμένο τρόπο ή να δώσουν συγκεκριμένες απαντήσειςΗ έμφαση είναι στην εξεύρεση της ορθής απάντησης ή στην εξαγωγή συμπεράσματος όσο το δυνατόν γρηγορότερα.	<ul style="list-style-type: none">Υποβολή πολύ καθοδηγητικών ερωτήσεωνΠαρέχεται στους μαθητές μία μόνο μέθοδος ή ένας τύπος υλικού για να επιλύσουν το έργοΜη ενθάρρυνση των μαθητών να βρουν πολλαπλούς τρόπους επίλυσης του έργουΠαροχή επεξηγήσεων από τον εκπαιδευτικό αντί αυτό να ζητείται από τους μαθητέςΠαρέχεται αρνητική ανατροφοδότηση σε λανθασμένες ή μη ολοκληρωμένες λύσειςΔίνεται (υπαινικτικά) ένα στοιχείο που εκμηδενίζει την πρόκληση	<ul style="list-style-type: none">Αρχή συζήτησης με παρουσίαση της ορθής απάντησηςΠαρουσίαση μόνο ενός τρόπου επίλυσηςΠαρουσίαση των λύσεων χωρίς να ζητείται από τους μαθητές να επεξηγήσουν, αιτιολογήσουν ή να σχολιάσουν τον τρόπο σκέψης τουςΔεν ζητείται από τους μαθητές να συγκρίνουν διαφορετικές λύσειςΔίνεται το «μήνυμα» ότι λανθασμένες ή ατελείς λύσεις δεν εκτιμώνται ή δεν είναι αποδεκτές

Συνδέσεις με την Πρακτική (μου)



Ενδεικτική Διάρκεια: 15 λεπτά

Επειδή αυτή είναι η πρώτη φορά που οι εκπαιδευτικοί θα κληθούν να οπτικογραφήσουν (μέρος από) ένα μάθημα που θα διδάξουν και να αναστοχαστούν πάνω σε αυτό, θα χρειαστεί να αφιερώσετε χρόνο σε **διαδικαστικά ζητήματα που σχετίζονται με την οπτικογράφηση**. Ειδικότερα:

- Πριν τη διεξαγωγή των οπτικογραφήσεων, οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να βεβαιωθούν ότι έχουν την έγκριση της Εθνικής Επιτροπής Ηθικής και Δεοντολογίας και της διεύθυνσης του σχολείου, όπως και την ενεργή συγκατάθεση των γονέων και των παιδιών. Παιδιά για τα οποία δεν έχει δοθεί συγκατάθεση να συμμετάσχουν, θα πρέπει να παραμένουν εκτός του εύρους του φακού της κάμερας.
- Συνίσταται οι εκπαιδευτικοί να μην χρησιμοποιούν τα επίθετα των μαθητών στις διδασκαλίες που οπτικογραφούνται.
- Στις περιπτώσεις που οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί θα αναλάβουν την οπτικογράφηση:



- ✓ Εάν το σχολείο τους δεν διαθέτει βιντεοκάμερα, τρίποδα και χειλόφωνο, θα πρέπει να ενημερώσουν το άτομο που είναι υπεύθυνο για τον συντονισμό των ΛΑΟΔ. Θα χρειαστούν επίσης κάρτα δεδομένων για να αποθηκεύσουν την οπτικογραφημένη διδασκαλία, πριν να την ανεβάσουν στον διακομιστή (server) του προγράμματος.
- ✓ Θα πρέπει να ζητήσουν από ένα συνάδελφο να αναλάβει να οπτικογραφήσει ένα τυπικό μάθημα μαθηματικών (όπου ισχύει, θα πρέπει να επιβεβαιώσουν ότι το άτομο διαθέτει λευκό ποινικό μητρώο, σύμφωνα με τις εκπαιδευτικές διαδικασίες και τη νομοθεσία). Το άτομο αυτό θα πρέπει να κατανοεί τον εμπιστευτικό χαρακτήρα όσων λαμβάνουν χώρα στο πλαίσιο της διδασκαλίας που οπτικογραφείται.
- ✓ Θα πρέπει να ζητήσουν από το άτομο να τοποθετήσει την κάμερα σε σημείο πανοραμικής λήψης της αίθουσας. Όταν ξεκινήσει το μάθημα, το άτομο αυτό θα πρέπει να ακολουθεί τον εκπαιδευτικό σε όποιο σημείο της αίθουσας κι αν βρίσκεται. Σε γενικές γραμμές, η λήψη θα πρέπει να γίνεται από μέτρια απόσταση. Ωστόσο, όταν το περιεχόμενο του πίνακα ή των φύλλων εργασίας των μαθητών έχουν κεντρικό ρόλο, θα πρέπει να γίνεται εστίαση σε αυτά.
- ✓ Με το πέρας της συνάντησης που έπεται της οπτικογράφησης, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να διαγράψουν όλα τα αρχεία της οπτικογράφησης (από την κάμερα, την κάρτα δεδομένων κ.λπ.).
- Στις περιπτώσεις που οι εκπαιδευτικοί θα αναλάβουν την αποστολή και το ανέβασμα των αρχείων των μαθημάτων τους:
 - ✓ Με το πέρας της οπτικογράφησης, το αρχείο θα πρέπει να αποσταλεί μέσω 'WeTransfer' στην ηλεκτρονική διεύθυνση που θα καθοριστεί από τον συντονιστή των συναντήσεων των ομάδων και απ' εκεί θα φορτωθεί στον διακομιστή του προγράμματος. Το ανέβασμα των αρχείων θα πρέπει να γίνεται **τουλάχιστον μία εβδομάδα πριν από την επόμενη συνάντηση**.
- Οι εκπαιδευτικοί αναμένεται να καθορίσουν δύο σύντομα αποσπάσματα (διάρκειας 3-5 λεπτών) που θεωρούν ότι αποτυπώνουν την εστίαση της εκάστοτε ανάλυσης περίπτωσης και να γράψουν μια σημείωση για τους λόγους επιλογής των συγκεκριμένων αποσπασμάτων.

Για τη δραστηριότητα αυτής της Ανάλυσης Περίπτωσης Πρακτικής, βεβαιωθείτε ότι οι εκπαιδευτικοί έχουν κατανοήσει τους όρους γνωστικά απαιτητικό έργο, φάση εισαγωγής έργου, αυτόνομη εργασία και συζήτηση στην ολομέλεια. Εάν οι τρεις τελευταίοι όροι δεν έχουν αποσαφηνιστεί, αφιερώστε λίγο χρόνο για να τους εξηγήσετε. Εάν οι συμμετέχοντες δεν μπορούν να εντοπίσουν ένα απαιτητικό γνωστικά έργο στο Αναλυτικό Πρόγραμμα ή στο διαδίκτυο, μπορούν να τροποποιήσουν ένα λιγότερο απαιτητικό έργο, ώστε να γίνει υψηλού βαθμού πρόκλησης. Στη συνέχεια, δώστε οδηγίες σχετικά με το τι πρέπει να καταγραφεί στο βίντεο, το στήσιμο και τα σημεία εστίασης της οπτικογράφησης.



Καταληκτική Δραστηριότητα



Ενδεικτική Διάρκεια: 5 λεπτά

Αυτή τη δραστηριότητα, που θα γίνει ατομικά, αναμένεται να λειτουργήσει ως αξιολόγηση που θα σας δώσει πληροφορίες σχετικά με το τι έχουν αποκομίσει οι εκπαιδευτικοί από τη συνάντηση ή τις προκλήσεις που εξακολουθούν να αντιμετωπίζουν. Έχετε υπόψη σας ότι, όπως και στην εισαγωγική δραστηριότητα, οι εκπαιδευτικοί μπορεί να τοποθετήσουν τη διδασκαλία τους σε πολλά σημεία, παρά σε ένα. Εάν υπάρχει η δυνατότητα, θα ήταν ενδιαφέρον να απεικονίσουν ξανά τις αρχικές τους σκέψεις για τη διδασκαλία τους στα τέσσερα τεταρτημόρια του διαγράμματος.

Κύρια Σημεία της Ανάλυσης Περίπτωσης Πρακτικής 1

- Το Μοντέλο Εξέλιξης των Μαθηματικών Έργων υποδεικνύει πόσο σημαντικό είναι να προσέξουμε το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης του έργου σε διαφορετικές φάσεις, από την επιλογή στην παρουσίαση και την εκτέλεση του έργου μέσα στην τάξη. Το να επιλέγουμε γνωστικά απαιτητικά έργα είναι σημαντικό, αλλά ουσιαστικά η τελευταία φάση (εκτέλεση) είναι που καθορίζει τις δυνατότητες ανάπτυξης μαθηματικής σκέψης και συλλογισμού.
- Διάφορα χαρακτηριστικά καθιστούν ένα έργο γνωστικά απαιτητικό. Παρόλο που μόνα τους δεν είναι αρκετά για να θεωρηθεί ένα έργο ως γνωστικά απαιτητικό, αυτά τα χαρακτηριστικά περιλαμβάνουν τα εξής: (α) ζητείται από τους μαθητές να επεξηγήσουν ή αιτιολογήσουν τη σκέψη τους, (β) ζητείται από τους μαθητές να εντοπίσουν μοτίβα και να καταλήξουν σε γενικεύσεις, (γ) ζητείται από τους μαθητές να εντοπίσουν συνδέσεις ανάμεσα σε διαφορετικές αναπαραστάσεις, (δ) ζητείται από τους μαθητές να εστιάσουν στο βαθύτερο νόημα (ουσία) των μαθηματικών διαδικασιών, παρά στην εκτέλεσή τους και μόνο, (ε) οι μαθητές ενθαρρύνονται να τοποθετήσουν σε πλαίσια τις κύριες μαθηματικές έννοιες (ειδικότερα μαθητές χαμηλότερων τάξεων).
- Ενέργειες των εκπαιδευτικών που συμβάλλουν στη διατήρηση του επιπέδου μαθηματικής πρόκλησης:
 - Κατά την φάση εισαγωγής του έργου: Ζητείται από τους μαθητές να εξηγήσουν με δικά τους λόγια τι πρέπει να κάνουν, αντί να το κάνει ο εκπαιδευτικός. Τους ζητείται να εξηγήσουν σε έναν συμμαθητή τους τι απαιτεί το έργο να κάνουν. Δίνεται χρόνος στους μαθητές να διαβάσουν και να κατανοήσουν το έργο.
 - Κατά την αυτόνομη εργασία: Αποφεύγεται η σκέψη στη θέση των μαθητών. Ζητείται από τους μαθητές να εξηγήσουν τι έχουν κάνει και τι τους δυσκολεύει. Τίθενται ερωτήσεις, αντί να δίνονται απαντήσεις. Αποδοχή της προσπάθειας των μαθητών τους που μπορεί να ενέχει δυσκολίες- αυτό είναι πολύ σημαντικό για τη μάθηση.



- Κατά τη συζήτηση στην ολομέλεια: Σκόπιμη επιλογή των ιδεών που θα κοινοποιηθούν και με ποια σειρά. Ζητείται από τους μαθητές να εντοπίσουν συνδέσεις ανάμεσα στις ιδέες που κοινοποιούνται.

© Υλικό προγράμματος EDUCATE