



## Σύντομη Παρουσίαση της Αξιοποίησης Ενός Γνωστικά Απαιτητικού Έργου που Υλοποιήθηκε στα Πλαίσια του Ερευνητικού Προγράμματος EDUCATE

**Όνοματεπώνυμο Εκπαιδευτικού:** Παρασκευή Σοφοκλέους

**Χώρα:** Κύπρος

**Θέμα Μαθήματος:** Πρόσθεση με συμπλήρωση δεκάδας διψήφιου με μονοψήφιο (Μάθημα 1) (Ενότητα 9)

**Επίπεδο Εκπαίδευσης:** Πρωτοβάθμια

**Ηλικία Μαθητών:** Β' τάξη (7 – 8 χρονών)

**Διάρκεια μαθήματος:** 80 λεπτά

### Μαθησιακοί στόχοι:

Οι μαθητές:

1. Να βρίσκουν το αποτέλεσμα πρόσθεσης διψήφιου με μονοψήφιο αριθμό με συμπλήρωση δεκάδας, χρησιμοποιώντας στρατηγικές νοερών υπολογισμών.
2. Να λύνουν προβλήματα πρόσθεσης διψήφιου με μονοψήφιο αριθμό με συμπλήρωση δεκάδας.

### Το γνωστικά απαιτητικό έργο:

Οι μαθητές καλούνται να χρησιμοποιήσουν τους αριθμούς από το 1 μέχρι το 9, όσες φορές

$$\square\square + \square = \square 0$$

θέλουν για να συμπληρώσουν τη μαθηματική πρόταση ( ) με διαφορετικούς τρόπους:



Να χρησιμοποιήσεις τις κάρτες αριθμών, για να συμπληρώσεις τη μαθηματική πρόταση με διαφορετικούς τρόπους. Να εξηγήσεις τον τρόπο σκέψης σου.



$$\square\square + \square = \square 0$$

(Διερεύνηση σελ. 8, Βιβλίο Μαθηματικών Β' Δημοτικού, Μέρος 4, Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού Κύπρου, 2017)



Στα προηγούμενα μαθήματα οι μαθητές ενεπλάκησαν σε δραστηριότητες που αφορούσαν πρόσθεση χωρίς υπερπήδηση δεκάδας με αριθμούς μέχρι το 100 και πρόσθεση με υπερπήδηση δεκάδας με αριθμούς μέχρι το 20. Σε αυτό το μάθημα είναι πρώτη φορά που θα κάνουν πρόσθεση με συμπλήρωση δεκάδας με αριθμούς μέχρι το 100.

Θεωρήθηκε **γνωστικά απαιτητικό έργο**, αφού καλεί τους μαθητές να συμπληρώσουν τη μαθηματική πρόταση που δίνεται με διαφορετικούς τρόπους. Πιο συγκεκριμένα, δεν υπάρχει μια *προβλέψιμη προσέγγιση επίλυσης του προβλήματος*, αλλά καλεί τους μαθητές να *κατανοήσουν ποιες σχετικές τους γνώσεις χρειάζονται και να τις χρησιμοποιήσουν κατάλληλα*, για να δείξουν διαφορετικούς τρόπους συμπλήρωσης της μαθηματικής πρότασης. Καλεί τους μαθητές να *αναλύσουν τα δεδομένα που έχουν μπροστά τους και να εξετάσουν* τι σημαίνει το διψήφιο άθροισμα να έχει μονάδες μηδέν και ποιες περιπτώσεις τους θυμίζει αυτό με αριθμούς μέχρι το 20 (προϋπάρχουσα γνώση).

Οι μαθητές καλούνται να διαβάσουν την οδηγία της άσκησης ατομικά και μετά από εύλογο χρονικό διάστημα να εξηγήσουν στην ολομέλεια της τάξης τι έχουν καταλάβει ότι θα κάνουν. Μετά καλούνται να εργαστούν ατομικά. Διευκρινίζεται ότι μπορούν να χρησιμοποιήσουν τις κάρτες όσες φορές θέλουν σε μια μαθηματική πρόταση. Η εκπαιδευτικός περιφέρεται στην ολομέλεια της τάξης και ανάλογα αναγνωρίζει ποιοι μαθητές της θέλουν ενεργοποίηση (χαμηλού ή/και μεσαίου επιπέδου). Στους μαθητές αυτούς δίνει έναν ή περισσότερους από τους ακόλουθους ενεργοποιητές. Υποβάλλει κατάλληλες ερωτήσεις ανάλογα με το παιδί.

## ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΤΗΣ 1

### Άσκηση 3, σελ. 46



#### 3. Να συμπληρώσεις.

$6 + \square = 10$	$57 + \square = 60$	$1 + \square = 10$	$44 + \square = 50$
$16 + \square = 20$	$67 + \square = 70$	$12 + \square = 20$	$62 + \square = 70$
$26 + \square = 30$	$77 + \square = 80$	$23 + \square = 30$	$51 + \square = 60$
$36 + \square = 40$	$87 + \square = 90$	$34 + \square = 40$	$27 + \square = 30$
$46 + \square = 50$	$97 + \square = 100$	$45 + \square = 50$	$\square + 86 = 90$
$56 + \square = 60$	$89 + \square = 90$		$\square + 73 = 80$

(Βιβλίο Μαθηματικών Β΄ Δημοτικού, Μέρος 4, Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού, 2017)



Σημείωση: Η εκπαιδευτικός επιλέγει ανάλογα με το τι γνωρίζει καλύτερα ο/η μαθητής/τρια τη στήλη των μαθηματικών προτάσεων που θα τον/την καλέσει να λύσει και έτσι να τον/την ενεργοποιήσει, για να λύσει το γνωστικά απαιτητικά έργο.

Σημαντικές ερωτήσεις:

- Τι παρατηρείς; Γιατί συμβαίνει αυτό;
- Αν συνεχίσεις το μοτίβο της πρώτης στήλης (μπεζ κουτί), ποια μαθηματική πρόταση θα γράψεις;
- Αν συνεχίσεις το μοτίβο της τρίτης στήλης (μπλε κουτί), ποια μαθητική πρόταση θα γράψεις;

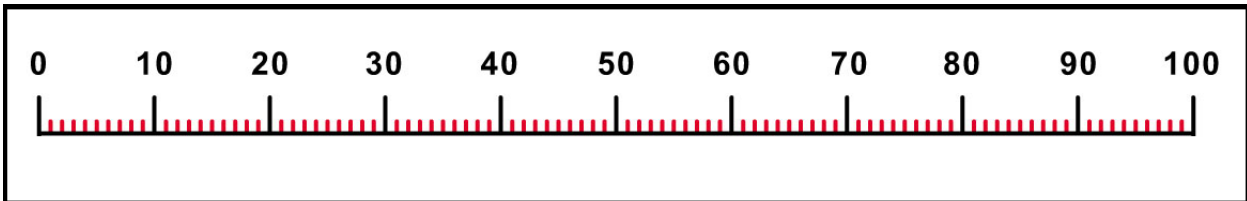
## ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΤΗΣ 2

### Πίνακας του 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Πιθανές ερωτήσεις:

- Ποιοι αριθμοί μπορεί να είναι το άθροισμα που ζητά η άσκηση; Ή Ποιοι αριθμοί έχουν μηδέν μονάδες;
- Ποιους αριθμούς όταν προσθέσεις θα έχουν άθροισμα 20; 30; κτλ
- Με ποιο αριθμό πρέπει να προσθέσεις το 15 ώστε το άθροισμα που θα προκύψει να είναι 20;
- Με ποιο αριθμό πρέπει να προσθέσεις το 16 ώστε το άθροισμα που θα προκύψει να είναι 20;
- Με ποιο αριθμό πρέπει να προσθέσεις το 26 ώστε το άθροισμα που θα προκύψει να είναι 30;
- Με ποιο αριθμό πρέπει να προσθέσεις το 36 ώστε το άθροισμα που θα προκύψει να είναι 40; κτλ

**ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΤΗΣ 3****Αριθμητική γραμμή**

Πιθανές ερωτήσεις (όπως και στον πίνακα του 100):

- Ποιοι αριθμοί μπορεί να είναι το άθροισμα που ζητά η άσκηση; Ή Ποιοι αριθμοί έχουν μηδέν μονάδες;
- Ποιους αριθμούς όταν προσθέσεις θα έχουν άθροισμα 20; 30; κτλ
- Από το 15 μέχρι το 20, πόσα βήματα θα κάνεις; Να γράψεις τη μαθηματική πρόταση.
- Από το 14 μέχρι το 20, πόσα βήματα θα κάνεις; Να γράψεις τη μαθηματική πρόταση.
- Από το 24 μέχρι το 30, πόσα βήματα θα κάνεις; Να γράψεις τη μαθηματική πρόταση.
- Από το 34 μέχρι το 40, πόσα βήματα θα κάνεις; Να γράψεις τη μαθηματική πρόταση.
- Από το 36 μέχρι το 40, πόσα βήματα θα κάνεις; Να γράψεις τη μαθηματική πρόταση.

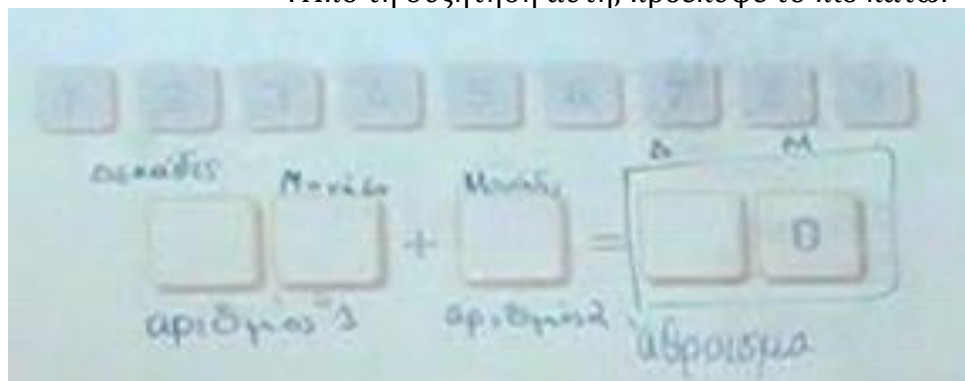
Για τους μαθητές υψηλού επιπέδου και για κάποιους του μεσαίου επιπέδου που θα αρχίσουν να γράφουν μαθηματικές προτάσεις, θα τους αφήσει να γράψουν όσες μπορούν και μετά θα τους ζητήσει να τις καταγράψουν με οργανωμένο τρόπο στο τετράδιό τους, ώστε να είναι σίγουροι ότι βρήκαν όλες τις περιπτώσεις (81 στο σύνολο)(κατανόηση μοτίβου). Αυτό θεωρείται επέκταση και αποτελεί εφαρμογή μία από τις 8 μαθηματικές πρακτικές: *Αναγνωρίζω μοτίβα σε συλλογισμούς και κάνω γενικεύσεις, για να συντομεύσω διαδικασίες.*

**Περιγραφή της εξέλιξης του έργου κατά τη διδασκαλία:****Εισαγωγή του έργου**

Οι μαθητές αρχικά κλήθηκαν να διαβάσουν την οδηγία του γνωστικά απαιτητικά έργου ατομικά. Έπειτα, η εκπαιδευτικός τους ρώτησε να εξηγήσουν τι ζητά η άσκηση στην ολομέλεια της τάξης. Ακολούθως, να εξηγήσουν τι δείχνει η μαθηματική πρόταση:

$$\square\square + \square = \square 0$$

. Από τη συζήτηση αυτή, προέκυψε το πιο κάτω:



### Αυτόνομη εργασία

Ακολουθώς, οι μαθητές κλήθηκαν να εργαστούν ατομικά, για να βρουν διαφορετικούς τρόπους συμπλήρωσης της μαθηματικής πρότασης. Όπως λέχθηκε από τους μαθητές, ψάχνουμε δυο αριθμούς, έναν διψήφιο αριθμό και ένα μονοψήφιο όπου το άθροισμα τους να είναι διψήφιος με μηδέν μονάδες. Η εκπαιδευτικός περιφερόταν ανάμεσα στους μαθητές και αυτοί που φαίνονταν ότι δυσκολεύονταν στα 2 – 3 λεπτά (δεν έγραφαν κάτι), τους έδινε τον ενεργοποιητή 1 (άσκηση 3, σελ. 46). Στην αρχή δεν τους έδινε κάποια βοήθεια, τους άφηνε να καταλάβουν τι είναι και μετά μέσω καθοδηγητικών ερωτήσεων όπως γράφτηκαν πιο πάνω, προσπαθούσε να ενεργοποιήσει τους μαθητές (χαμηλού ή/και μεσαίου επιπέδου). Όταν παρατηρούσε ότι δεν ενεργοποιούνταν, τους έδινε τον δεύτερο ή τον τρίτο ενεργοποιητή ανάλογα (πίνακα του 100 ή την αριθμητική γραμμή μέχρι το 100). Σημειώνεται ότι δόθηκαν οι ενεργοποιητές και σε μαθητές που έγραφαν κάποιες λύσεις και δεν μπορούσαν να σκεφτούν περισσότερους τρόπους. Οι δυνατοί μαθητές που έγραφαν αρκετές λύσεις, κλήθηκαν να καταγράψουν τις λύσεις τους με οργανωμένο τρόπο στο τετράδιό τους, ώστε να είναι σίγουροι ότι βρήκαν όλες τις περιπτώσεις. Οι περισσότεροι από αυτούς το έκαναν ήδη, πριν κληθούν από την εκπαιδευτικό. Η αυτόνομη αυτή εργασία διήρκησε περίπου 20-25 λεπτά.

### Συζήτηση στην ολομέλεια

Ακολούθησε η παρουσίαση των λύσεων στην ολομέλεια της τάξης. Στην αρχή στον πίνακα γράφτηκαν τυχαίες λύσεις (ώστε να μιλήσουν οι μαθητές χαμηλού και μεσαίου επιπέδου), όπως φαίνεται πιο κάτω. Καλούνταν κάθε φορά οι μαθητές να εξηγήσουν τον τρόπο σκέψης τους.

$$\begin{array}{l} \Delta \quad \mu \quad \mu \\ 26 + 4 = 30 \quad (6+4=10, 20+10=30) \\ \Delta \quad \mu \quad \mu \\ 28 + 2 = 30 \quad (8+2=10=1\Delta+2\Delta=3\Delta) \\ \mu \quad \mu \\ 12 + 8 = 20 \quad (2+8=10=1\Delta+1\Delta=2\Delta) \\ \mu \quad \mu \\ 75 + 5 = 80 \quad \begin{array}{r} 75 \\ +5 \\ \hline 80 \end{array} \quad \begin{array}{r} 83 + 7 = 90 \\ \begin{array}{r} 83 \\ +7 \\ \hline 90 \end{array} \end{array}$$

94 + 6

94 + 0

Στη συνέχεια, κλήθηκαν οι μαθητές να πουν έναν οργανωμένο τρόπο, ώστε να γράψουν όσες περισσότερες λύσεις μπορούσαν. Πιο κάτω, παρουσιάζονται τα μοτίβα τεσσάρων μαθητών που ανακοινώθηκαν στην ολομέλεια της τάξης. Τέθηκαν οι προβληματισμοί: (1) Γιατί αυτός ο οργανωμένος τρόπος βοηθά; Τι παρατηρείς; & (2) Πώς υπολογίζεις στα γρήγορα την απάντηση κάθε φορά;

Ταυτόχρονα, κλήθηκαν και οι άλλοι μαθητές να εξηγήσουν τα μοτίβα των συμμαθητών τους και να γράψουν στο τετράδιό τους παρόμοιο μοτίβο με αυτό του μαθητή 3.



Μοτίβο Μαθητή 1	Μοτίβο Μαθητή 2	Μοτίβο Μαθητή 3	Μοτίβο Μαθητή 4
$66+4=70$ $34+6=40$	$79+1=80$ $69+1=70$ $59+1=60$ $49+1=50$ $39+1=40$ $29+1=30$ $19+1=20$	$11+9=20$ $12+8=20$ $13+7=20$ $14+6=20$ $15+5=20$ $16+4=20$ $17+3=20$ $18+2=20$ $19+1=20$	$17+3=20$ $26+4=30$ $35+5=40$ $44+6=50$ $53+7=60$ $62+8=70$ $71+9=80$

### **Αναστοχασμός:**

Παρατηρήθηκε ότι όλοι οι μαθητές ενεργοποιήθηκαν και βρήκαν περισσότερους από έναν τρόπους συμπλήρωσης της μαθηματικής πρότασης. Μου έκαναν εντύπωση οι διαφορετικοί τρόποι που χρησιμοποιήθηκαν από τους μαθητές, ώστε να βρεθούν όλες οι δυνατές λύσεις. Επίσης, όταν οι μαθητές κλήθηκαν να εφαρμόσουν το μοτίβο του Μαθητή 3, φάνηκε να το είχαν κατανοήσει και έτσι μπόρεσαν να το εφαρμόσουν με επιτυχία στο τετράδιό τους. Θα μπορούσα να δώσω περισσότερο χρόνο στην αυτόνομη εργασία, ώστε περισσότεροι μαθητές να γράψουν οργανωμένους τρόπους εύρεσης λύσεων της άσκησης. Φάνηκε η προσεκτική επιλογή ενεργοποιητών και επεκτάσεων μαζί με κατάλληλες ερωτήσεις από την εκπαιδευτικό, οδηγεί στο επιθυμητό αποτέλεσμα.