



## Σύντομη Παρουσίαση της Αξιοποίησης Ενός Γνωστικά Απαιτητικού Έργου που Υλοποιήθηκε στα Πλαίσια του Ερευνητικού Προγράμματος EDUCATE

**Όνοματεπώνυμο Εκπαιδευτικού:** Κατερίνα Παναγιώτου<sup>1</sup>

**Χώρα:** Κύπρος

**Θέμα Μαθήματος:** Μαθηματικά, Άλγεβρα: Έννοια της ισότητας

**Επίπεδο Εκπαίδευσης:** Πρωτοβάθμια

**Ηλικία Μαθητών:** 11-12 χρονών, Στ' τάξη δημοτικού σχολείου

**Διάρκεια μαθήματος:** 40 λεπτά

### **Μαθησιακοί στόχοι:**

1. Να απλοποιούν εξισώσεις με αναπαραστάσεις έτσι ώστε να υπάρχει ισότητα.
2. Να επιλύουν εξισώσεις με αναπαραστάσεις έτσι ώστε να υπάρχει ισότητα.
3. Να δημιουργούν ισοδυναμίες χρησιμοποιώντας αναπαραστάσεις (στόχος επέκτασης/μετασχηματιστικής γνώσης)

### **Το γνωστικά απαιτητικό έργο:**

Το κύριο γνωστικά απαιτητικό έργο αποτέλεσε η διερεύνηση στη σελίδα 74. Η εκπαιδευτικός δίνει οδηγίες πως θα εργαστούν ατομικά στις 4 ζυγαριές (α) και πως θα πρέπει να αφαιρέσουν όσο το δυνατόν περισσότερα σχήματα από κάθε ζυγαριά, ώστε να συνεχίσει να ισορροπεί. Επίσης, καλεί τους μαθητές να εξηγήσουν τι κατάλαβαν και εάν υπάρχουν απορίες. Η διερεύνηση του βιβλίου θα προβάλλεται ταυτόχρονα στον βιντεοπροβολέα της τάξης για καλύτερη οπτική για τους μαθητές. Καθώς εργάζονται οι μαθητές, η εκπαιδευτικός περιφέρεται ανάμεσα τους για να δώσει συντρέχουσα αξιολόγηση σχετικά με το πόσο ζυγίζει το κάθε σχήμα σε κάθε περίπτωση θέτοντας ερωτήματα όπως «Υπάρχουν σχήματα τα οποία ζυγίζουν το ίδιο;», «Τι έκανες για να το βρεις», «Υπάρχει κάποια σχέση ανάμεσα σε αυτά τα δύο σχήματα;». Σε μαθητές οι οποίοι δυσκολεύονται να αφαιρέσουν σχήματα, τους παρέχει το φύλλο εργασίας με τον ενεργοποιητή. Ο ενεργοποιητής περιλαμβάνει τις ίδιες ζυγαριές της διερεύνησης με πιο λίγα σχήματα κάθε φορά, ώστε οι μαθητές να μπορούν να κωδικοποιήσουν πόσο ζυγίζει το κάθε σχήμα και αν θέλουν να κάνουν σχέδιο για να τους βοηθήσει. Υποβοηθητικά ερωτήματα θα είναι: «Τι μπορείς να αφαιρέσεις για να διατηρείται η ισορροπία;», «πόσο ζυγίζει ένας κύκλος σε σχέση με αυτά που βλέπουμε στη ζυγαριά;». Σε μαθητές οι οποίοι τέλειωσαν νωρίς τους καλεί να συνεχίσουν στο (β) της διερεύνησης για να περιγράψουν τον τρόπο που εργάστηκαν λεκτικά (πρώτη επέκταση). Σε μαθητές οι οποίοι τέλειωσαν και την περιγραφή του τρόπου τους,

---

<sup>1</sup> Η συγκεκριμένη εκπαιδευόμενη εκπαιδευτικός πραγματοποίησε την εν λόγω διδασκαλία στην πρώτη φάση των διδασκαλιών της πρακτικής της άσκησης στο Πανεπιστήμιο Κύπρου, στο πλαίσιο των σπουδών της.



η εκπαιδευτικός τους καλεί με βάση προηγούμενα μαθήματα να γράψουν την αλγεβρική έκφραση (δεύτερη επέκταση) των ζυγαριών του βιβλίου επαναφέροντας τον όρο. Η τρίτη επέκταση καλεί τους μαθητές να δημιουργήσουν μια δική τους ζυγαριά με τα σχήματα ώστε να ισορροπεί. Εάν τελειώσουν κι αυτό, η εκπαιδευτικός ίσως τους καλέσει να δημιουργήσουν ζυγαριά να ισοδυναμεί, μόνο με 4 τετράγωνα (τέταρτη επέκταση).

### **Περιγραφή της εξέλιξης του έργου κατά τη διδασκαλία:**

Η εκπαιδευτικός έδωσε οδηγίες πως θα εργαστούν ατομικά στις 4 ζυγαριές (α). Πριν από την ατομική εργασία, κάλεσε τους μαθητές να εξηγήσουν τι κατάλαβαν και εάν υπάρχουν απορίες. Δόθηκε επιπρόσθετη ερώτηση εάν θα πρέπει οι ζυγαριές να ισορροπούν ή να μην ισορροπούν αφού θα αφαιρεθούν κάποια σχήματα. Κατέληξαν πως θα έπρεπε να αφαιρέσουν όσο το δυνατόν περισσότερα σχήματα από κάθε ζυγαριά, ώστε να συνεχίσει να ισορροπεί. Επίσης, δόθηκε η οδηγία στους μαθητές να καλέσουν την εκπαιδευτικό σε περίπτωση δυσκολίας ή εάν τελειώσουν και γενικότερα να εργαστούν με όποιο τρόπο θέλουν.

Καθώς εργάζονταν οι μαθητές, η εκπαιδευτικός έδινε συντρέχουσα αξιολόγηση όσον αφορά με το πόσο ζυγίζει το κάθε σχήματα σε κάθε περίπτωση θέτοντας ερωτήματα όπως «Υπάρχουν σχήματα τα οποία ζυγίζουν το ίδιο;», «Τι έκανες για να το βρεις», «Υπάρχει κάποια σχέση ανάμεσα σε αυτά τα δύο σχήματα;». Οι μαθητές εργάστηκαν με διαφορετικούς τρόπους καθώς κάποιοι διέγραφαν σχήματα, άλλοι κύκλωναν, άλλοι σημείωναν με λέξεις κτλ. Σε μαθητές οι οποίοι δυσκολεύτηκαν να αφαιρέσουν σχήματα, τους παρείχε τον έτοιμο ενεργοποιητή στον οποίο υπήρχαν οι ίδιες ζυγαριές με πιο λίγα σχήματα κάθε φορά, ώστε να μπορέσουν να κωδικοποιήσουν πόσο ζυγίζει το κάθε σχήμα και αν θέλουν να κάνουν σχέδιο. Ο ενεργοποιητής αυτός περιλάμβανε ζυγαριές στις οποίες διαβαθμισμένα προστίθενται σχήματα μέχρι να φτάσουμε στην αναπαράσταση της ζυγαριάς του βιβλίου. Παράλληλα, παρείχε υποβοηθητικά ερωτήματα: «Τι μπορείς να αφαιρέσεις για να διατηρείται η ισορροπία;», «πόσο ζυγίζει ένας κύκλος σε σχέση με αυτά που βλέπουμε στη ζυγαριά;».

Σε μαθητές οι οποίοι τέλειωσαν πιο νωρίς τους κάλεσε να συνεχίσουν στο (β) της διερεύνησης για να περιγράψουν τον τρόπο που εργάστηκαν λεκτικά. Σε μαθητές οι οποίοι τέλειωσαν και την περιγραφή του τρόπου τους, η εκπαιδευτικός τους κάλεσε με βάση προηγούμενα μαθήματα (προϋπάρχουσα γνώση) να γράψουν την αλγεβρική έκφραση (δεύτερη επέκταση) των ζυγαριών του βιβλίου επαναφέροντας τον όρο.

Αφού ολοκληρώθηκε η ατομική εργασία, οι μαθητές κλήθηκαν να παρουσιάσουν την εργασία τους στην ολομέλεια και να τεκμηριώσουν τον τρόπο σκέψης τους. Η εκπαιδευτικός καλούσε άλλους μαθητές να εξηγήσουν τον τρόπο του μαθητή που παρουσίαζε στο βιντεοπροβόλεα. Ο πρώτος μαθητής επεξήγησε και επίδειξε στη ζυγαριά πως αφαιρέσει τον πρώτο κύκλο και ένα κύκλο για να μείνουν και στις δύο πλευρές ένα τρίγωνο και ένα ορθογώνιο. Σ' αυτό το σημείο η εκπαιδευτικός ρωτούσε τους υπόλοιπους μαθητές εάν κατάλαβαν τον τρόπο του συμμαθητή τους και εάν έκαναν κάτι διαφορετικό. Στην επόμενη ζυγαριά, ένας μαθητής έκανε σύγκριση μεταξύ των ζυγαριών παρά να εξηγήσει στη συγκεκριμένη ζυγαριά τι σκέφτηκε. Καθώς επεξηγούσε τον τρόπο σκέψης του, δηλαδή ποια σχήματα διέγραψε, η εκπαιδευτικός έθετε σκόπιμα ερωτήματα για περεταίρω κατανόηση. Έπειτα παρουσιάστηκαν ερωτήματα στον τρόπο του μαθητή και γι' αυτό αναπτύχθηκε μια μικρή συζήτηση έτσι ώστε να επεξηγήσει ο ένας στον άλλον τον συλλογισμό του. Ακολούθως ανέβηκε στον πίνακα άλλη μαθήτριά η οποία



διέγραψε με διαφορετικό τρόπο τα σχήματα καταλήγοντας όμως στην ίδια απάντηση. Μέσα από ερωτήματα η εκπαιδευτικός προσπάθησε να εκμαιεύσει περισσότερες σχέσεις που δημιουργούνται από τη ζυγαριά όπως «Τι σχέση έχει το 2 με το 6;» (δηλαδή οι δύο κύκλοι με τα έξι αστεράκια). Στην συνέχεια βγήκαν στην ολομέλεια ακόμη δύο μαθητές για τις υπόλοιπες 2 ζυγαριές και καθώς παρουσίαζαν την εργασία τους εξηγούσαν τον τρόπο σκέψης τους. Η εκπαιδευτικός έθετε ερωτήματα όπως «Πως το βρήκες αυτό;», «Ποια σχέση δημιουργείται;» κτλ. Οι υπόλοιποι μαθητές μπορούσαν να θέτουν ερωτήματα στους συμμαθητές τους και να επεμβαίνουν διαφωνώντας ή συμφωνώντας. Επίσης, ένας μαθητής διαφωνούσε ως προς την διαγραφή των ίσων σχημάτων και τον κάλεσα να παρουσιάσει τη σκέψη του στον πίνακα και δόθηκε περαιτέρω εξήγηση των οδηγιών της άσκησης.

Γενικότερα, οι μαθητές εκφράσαν πως σε κάθε περίπτωση διέγραψαν ή αφαίρεσαν τον ίδιο αριθμό ιδίων σχημάτων από τις 2 πλευρές της ζυγαριάς ώστε να υπάρχει ισορροπία. Μέσα από αυτό τον τρόπο κατέληξαν σε μια πιο απλή σχέση μεταξύ των σχημάτων δηλαδή πως και οι δύο πλευρές είναι ίσες. Οι απαντήσεις ήταν πως ο ένας κύκλος ζυγίζει όσο 1 τρίγωνο, οι δύο κύκλοι ζυγίζουν όσο 6 αστέρια άρα ο 1 κύκλος ζυγίζει όσο 3 αστέρια, 3 κύκλοι ζυγίζουν όσο 6 ορθογώνια άρα 1 κύκλος ζυγίζει όσο 2 ορθογώνια και 2 κύκλοι ζυγίζουν όσο 2 τετράγωνα άρα 1 κύκλος ζυγίζει όσο 1 τετράγωνο.

### **Αναστοχασμός:**

Θεωρώ πως οι βασικοί στόχοι του μαθήματος έχουν υλοποιηθεί σε αρκετά μεγάλο βαθμό καθώς οι μαθητές μπορούσαν να αφαιρούν ή να διαγράφουν σχήματα σε αναπαραστάσεις έτσι ώστε να καταλήξουν σε πιο απλές σχέσεις με την προϋπόθεση να υπάρχει ισότητα κάθε φορά. Έπειτα, οι μαθητές ήταν σε θέση να επιλύουν εξισώσεις με αναπαραστάσεις έτσι ώστε να υπάρχει ισότητα βρίσκοντας κάθε φορά την αξία των σχημάτων για να υπάρχει ισότητα. Οι μαθητές χρησιμοποιούσαν ορθά τον όρο ισότητα και τα ίσα σχήματα.

Καθ' όλη τη διάρκεια της διδασκαλίας προσπαθούσα να θέτω κατάλληλα ερωτήματα προς τους μαθητές έτσι ώστε να τεκμηριώνουν τον τρόπο σκέψης τους. Θεωρώ πως οι οδηγίες που δόθηκαν σε κάθε δραστηριότητα ήταν κατανοητές. Χρησιμοποιήθηκαν τεχνικές και στοιχεία διαφοροποίησης λόγω των διαφορετικών μαθησιακών επιπέδων της τάξης όπως επεκτάσεις και ενεργοποιητές. Τέλος, θα μπορούσα να θέτω περισσότερα ερωτήματα στους υπόλοιπους μαθητές έτσι ώστε να εξηγούν τον τρόπο του μαθητή που παρουσιάζει ενθαρρύνοντας έτσι τη συνεργασία και τη αλληλεπίδραση μεταξύ τους.

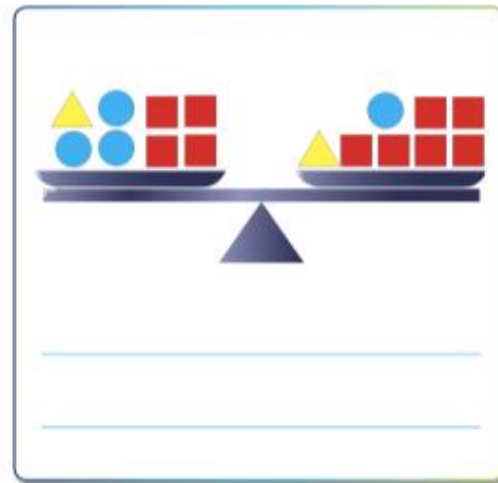
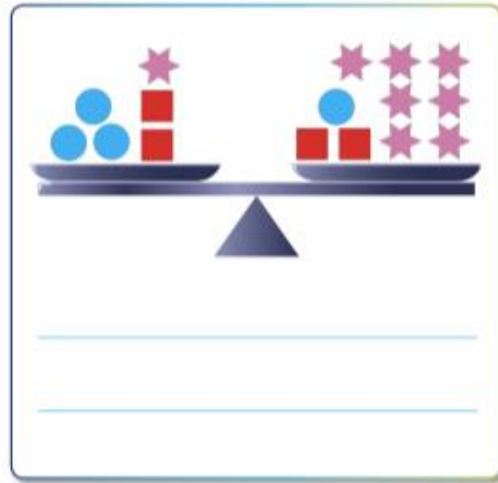


## Μαθήματα 4 και 5

## Διερεύνηση

Οι πιο κάτω ζυγαριές ισορροπούν.

(α) Να αφαιρέσετε όσο το δυνατόν περισσότερα σχήματα από κάθε ζυγαριά, ώστε η ζυγαριά να συνεχίσει να ισορροπεί. Να γράψετε ποιες σχέσεις προκύπτουν από κάθε ζυγαριά.



(β) Να περιγράψετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε.

## Ενεργοποιητής

Στη κάθε ζυγαριά προθέτονται κι άλλα σχήματα έτσι ώστε να συνεχίσει να ισορροπεί. Προσπάθησε να βρεις τις σχέσεις για κάθε ζυγαριά.

