

ΕΝΤΟΠΙΖΟΝΤΑΣ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΓΝΩΣΤΙΚΑ ΑΠΑΙΤΗΤΙΚΑ ΕΡΓΑ ΠΟΥ ΝΑ ΕΜΠΛΕΚΟΥΝ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΟΜΑΔΕΣ ΠΑΙΔΙΩΝ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

*Διαδικτυακό Συνέδριο EDUCATE
Λευκωσία, Κύπρος, 17 Απριλίου 2021*

Βιωματικό Εργαστήριο

Γιώργος Ολυμπίου, Ευρυδίκη Κασάπη & Σταυρούλα Φιλίππου
Πανεπιστήμιο Κύπρου



Χρηματοδοτείται από το
πρόγραμμα ERASMUS+
της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

- Το πρόγραμμα “Enhancing Differentiated Instruction and Cognitive Activation in Mathematics Lessons by Supporting Teacher Learning (EDUCATE)” χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η παρούσα παρουσίαση δεσμεύει μόνο τους συντάκτες της και η Επιτροπή δεν ευθύνεται για τυχόν χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτή.



Erasmus+

Πορεία Εργαστηρίου

- **Εισαγωγή**
 - Διαφοροποίηση και έργα με μαθηματική πρόκληση
 - Ενδεικτικά χαρακτηριστικά έργων με μαθηματική πρόκληση
- **Εστιάζοντας στα μαθηματικά έργα**
 - Οδηγός Ανάλυσης Έργων
 - Επιλογή και ανάλυση έργων: πρακτική εφαρμογή
 - Εφαρμογή του έργου κατά τη διδασκαλία
 - Μοντέλο Εξέλιξης των Μαθηματικών Έργων
- **Διαφοροποίηση έργων**
 - Από την επιλογή και την ανάλυση στην τροποποίηση του έργου
 - Βασικές αρχές διαφοροποίησης έργων
- **Συμπεράσματα – συζήτηση**



EDUCATE platform
<http://educate-platform.com/>

Διαφοροποίηση & Έργα με Μαθηματική Πρόκληση

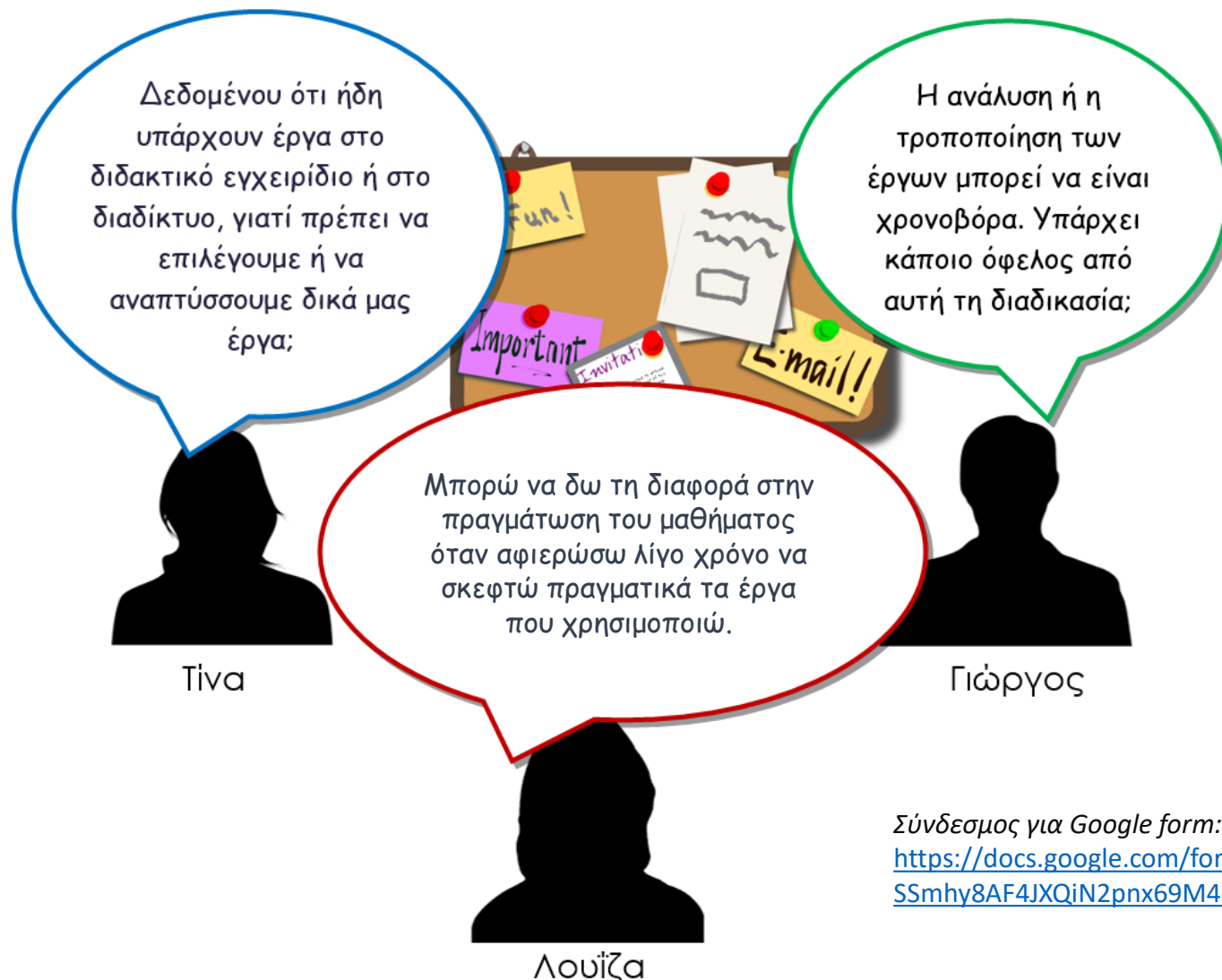
- Διαστάσεις που **αντανακλούν** η μια στην άλλη και **συν-δράμουν** για την ενίσχυση της μάθησης των μαθητών/τριών
- Διασφάλιση ενασχόλησης όλων των μαθητών/τριών με έργα με μαθηματική πρόκληση
 - **Προϋπόθεση:** πρόβλεψη της πολυμορφίας της τάξης με βάση τα επίπεδα ετοιμότητας των μαθητών/τριών και σχεδιασμός διαφοροποιημένης διδασκαλίας η οποία θα «φιλοξενήσει» αυτή την ποικιλομορφία.
- Αποτελεσματική εφαρμογή διαφοροποιημένης διδασκαλίας
 - **Προϋπόθεση:** Σκόπιμη επιλογή και χρήση έργων που εξασφαλίζουν την κατάλληλη προσαρμογή μεταξύ του επιπέδου της μαθηματικής πρόκλησης των έργων και του αντίστοιχου επιπέδου ετοιμότητας των μαθητών/τριών.



Εργασία με Έργα με Μαθηματική Πρόκληση και Διαφοροποίηση: Αναδεικνύοντας τη Συνέργεια

Με ποια άποψη συμφωνείτε περισσότερο;

Η Τίνα, η Λουίζα και ο Γιώργος είχαν την ακόλουθη συζήτηση σχετικά με τα οφέλη και τις ανησυχίες που προκύπτουν από την επιλογή, τροποποίηση ή/και ανάπτυξη μαθηματικών έργων.



Σύνδεσμος για Google form:

<https://docs.google.com/forms/d/1nC94aFhIT2SSmhy8AF4JXQiN2pnx69M4oD5xRaaVPmE/edit>

Έργα με Μαθηματική Πρόκληση

- Τι κάνω όταν ένα μαθηματικό έργο δεν είναι **προσβάσιμο** σε **όλα** τα παιδιά στην τάξη μου;
- Τι πρέπει να κάνω λαμβάνοντας υπόψη ότι βρίσκομαι σε μια τάξη μεικτών ικανοτήτων;
- Τι συμβαίνει στην πραγματικότητα;



Ποια στοιχεία χαρακτηρίζουν ένα έργο με υψηλή μαθηματική πρόκληση;

Ενδεικτικά στοιχεία που καθιστούν ένα έργο μαθηματικά προκλητικό:

- Είναι σε κάποιο βαθμό **απρόβλεπτα**
- Περιλαμβάνουν ένα **πραγματικό πλαίσιο** από την καθημερινή ζωή
- Απαιτούν **σύνδεση διαφορετικών περιοχών μαθηματικής γνώσης**
- Απαιτούν έναν **περίπλοκο τρόπο σκέψης**
- Απαιτούν από τα παιδιά **να παρέχουν εξηγήσεις** και να **παρουσιάσουν τον συλλογισμό τους** πάντοτε επικεντρωμένοι στις βαθύτερες/μεγάλες μαθηματικές ιδέες
- Απαιτούν από τα παιδιά **να διερευνούν και να κατανοούν** μαθηματικές έννοιες και ιδέες
- Επιτρέπουν **πολλαπλές λύσεις**
- Δίνουν έμφαση στην **ανάπτυξη βαθύτερης γνώσης**
- **Δεν είναι αλγοριθμικές** ή δεν περιλαμβάνουν αναπαραγωγή γνωστών γεγονότων, κανόνων ή ορισμών
- Μπορεί να λυθούν χρησιμοποιώντας **διαδικασίες με συνδέσεις με έννοιες ή αναπαραστάσεις**

Οδηγός Ανάλυσης Έργων (ΟΑΕ)

(Stein, Smith, Henningsen, & Silver, 2000)

Χαμηλή Μαθηματική Πρόκληση		Υψηλή Μαθηματική Πρόκληση	
			Έργα - Δουλεύοντας σε Ουσιαστικά Μαθηματικά
	Έργα με Διαδικασίες χωρίς Διασυνδέσεις	Έργα με Διαδικασίες με Διασυνδέσεις	<ul style="list-style-type: none">▪ Δεν υπάρχει μια προβλέψιμη, καλά δοκιμασμένη προσέγγιση ή μέθοδος που να προτείνεται από το έργο, τις οδηγίες του, ή από ένα δοσμένο παράδειγμα.▪ Προϋποθέτουν περίπλοκη και μη-αλγοριθμική σκέψη▪ Οι μαθητές διερευνούν και κατανοούν τη φύση των μαθηματικών εννοιών, διαδικασιών ή σχέσεων.▪ Οι μαθητές αξιοποιούν σχετικές γνώσεις και εμπειρίες για να εργαστούν.▪ Οι μαθητές αναλύουν το έργο και εξετάζουν τους περιορισμούς που μπορεί να μειώνουν τις πιθανές στρατηγικές επίλυσης.
Έργα Απομνημόνευσης	<ul style="list-style-type: none">▪ Είναι αλγοριθμικά. Η χρήση της διαδικασίας είτε αναφέρεται ή είναι ήδη γνωστή.▪ Επικεντρώνονται στην εύρεση ορθών απαντήσεων.▪ Δεν έχουν καμία σχέση με τις έννοιες ή το νόημα που διέπουν τη διαδικασία.▪ Δεν απαιτούνται επεξηγήσεις. Μπορεί να απαιτούν περιγραφή της διαδικασίας που χρησιμοποιήθηκε.	<ul style="list-style-type: none">▪ Επικεντρώνει την προσοχή των μαθητών στη χρήση διαδικασιών που έχουν στενές διασυνδέσεις με τις μαθηματικές ιδέες▪ Συνήθως παρουσιάζονται με πολλαπλούς τρόπους (π.χ. διαγράμματα, υλικό, σύμβολα, προβληματικές καταστάσεις). Η δημιουργία διασυνδέσεων μεταξύ πολλαπλών αναπαραστάσεων βοηθά στην ανάπτυξη εννοιολογικής κατανόησης.	
<ul style="list-style-type: none">▪ Ακριβής αναπαραγωγή γνωστών κανόνων, τύπων ή ορισμών▪ Δεν περιλαμβάνει διαδικασίες.▪ Δεν έχουν καμία διασύνδεση με τις έννοιες ή το νόημα που διέπουν τους κανόνες, τους τύπους ή τους ορισμούς που αναπαράγονται.			

Επιλογή και Ανάλυση Έργων

- Σας δίνεται ένα σύνολο μαθηματικών έργων.
- Να προσπαθήσετε να τα ταξινομήσετε ως έργα υψηλής ή χαμηλής μαθηματικής πρόκλησης (ή αν είναι δυνατόν σύμφωνα με τα τέσσερα επίπεδα του ΟΑΕ) και να σκεφτείτε ποια χαρακτηριστικά/στοιχεία τα καθιστούν ως έργα **ΥΨΗΛΗΣ / ΧΑΜΗΛΗΣ** μαθηματικής πρόκλησης χρησιμοποιώντας τον ΟΑΕ.

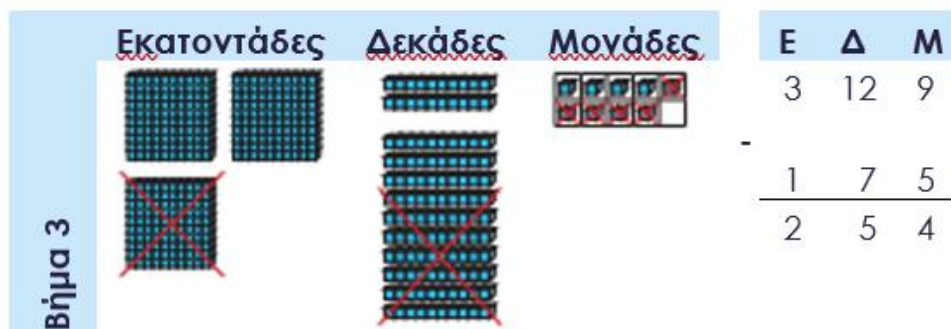
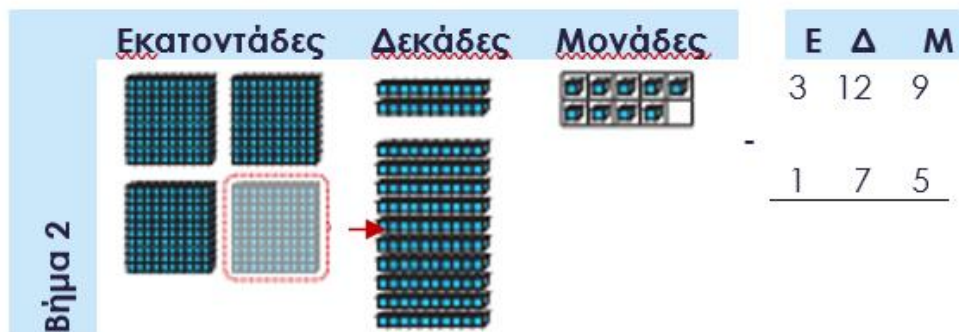
Σύνδεσμος για Google form:

<https://docs.google.com/forms/d/1ZNAhJdFlm1nZf4FBfyH-qUdQZjOn7LZt3wh2RlohLds/edit>



Έργο 1

Η Θάλεια εργάστηκε με κύβους Dienes, όπως φαίνεται πιο κάτω, για να υπολογίσει τη διαφορά $429-175$. Τι έκανε;



Πηγή: MOEC, 2013, Cyprus, New Mathematics Curriculum, Grade 3, Unit 7, p.83, http://archeia.moec.gov.cy/sd/5/meros_4_enotites_6_7.pdf

Έργο 2

Να συμπληρώσετε τα κενά με το σωστό όνομα των όρων της μαθηματικής πρότασης αφαίρεσης. Δίνεται το πρώτο γράμμα.

$$705 - 236 = 464$$

α.....
μ..... δ.....

Έργο 3

Να βρείτε ποιες αφαιρέσεις έχουν λανθασμένα αποτελέσματα.

$$\begin{array}{r} 432 \\ - 354 \\ \hline 88 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 838 \\ - 299 \\ \hline 539 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 442 \\ - 367 \\ \hline 85 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 822 \\ - 747 \\ \hline 75 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 705 \\ - 236 \\ \hline 469 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 503 \\ - 419 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ - 132 \\ \hline 268 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 408 \\ - 209 \\ \hline 199 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 200 \\ - 139 \\ \hline 61 \end{array}$$

Έργο 4

Ο σύνδεσμος γονέων ενός δημοτικού σχολείου θα αγοράσει νέα παιχνίδια για το σχολείο. Για το σκοπό αυτό, συγκέντρωσαν τις ακόλουθες προσφορές. Το διαθέσιμο ποσό για αυτές τις αγορές είναι 350 ευρώ.

Προτεινόμενα παιχνίδια	Τιμή
Τραπέζι επιτραπέζιας αντισφαίρισης	265 Ευρώ
Ποδοσφαιράκι	189 Ευρώ
Στόχοι τοξοβολίας	88 Ευρώ
Σετ χειροσφαίρισης	158 Ευρώ
Φουσκωτό τέρμα	99 Ευρώ
Επιτραπέζιο φιδάκι	25 Ευρώ

Η γραφική παράσταση παρουσιάζει τις προτιμήσεις των παιδιών του σχολείου.

Οι προτιμήσεις των μαθητών



Να εισηγηθείς ποια παιχνίδια είναι δυνατόν να επιλέξει ο σύνδεσμος γονέων του σχολείου. Να προετοιμάσεις δύο διαφορετικές εισηγήσεις και να καταγράψεις τα επιχειρήματά σου.

Έργο 1
 Η Θάλασα εργάστηκε με κύβους Dienes, όπως φαίνεται πιο κάτω, για να υπολογίσει τη διαφορά 429-175. Τι έκανε;

Βήμα 1

Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Ε	Δ	Μ
4	2	9	4	2	9
-	-	-	1	7	5

Βήμα 2

Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Ε	Δ	Μ
3	12	9	3	12	9
-	-	-	1	7	5

Βήμα 3

Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Ε	Δ	Μ
2	5	4	2	5	4
-	-	-	1	7	5

Πηγή: MOEC, 2013, Cyprus, New Mathematics Curriculum, Grade 3, Unit 7, p.83, http://archeia.moec.gov.cy/sd/5/meros_4_enotites_6_7.pdf

Έργο 2
 Να συμπληρώσετε τα κενά με το σωστό όνομα των όρων της μαθηματικής πρότασης αφαιρέσης. Δίνεται το πρώτο γράμμα.

$705 - 236 = 464$

α.....

μ..... δ.....

Έργο 3
 Να βρείτε ποιες αφαιρέσεις έχουν λανθασμένα αποτελέσματα.

432	838	442
$- 354$	$- 299$	$- 367$
88	539	85
822	705	503
$- 747$	$- 236$	$- 419$
75	469	84
300	408	200
$- 132$	$- 209$	$- 139$
268	199	61

Έργο 4
 Ο σύνδεσμος γονέων ενός δημοτικού σχολείου θα αγοράσει νέα παιχνίδια για το σχολείο. Για το σκοπό αυτό, συγκέντρωσαν τις ακόλουθες προσφορές. Το διαθέσιμο ποσό για αυτές τις αγορές είναι 350 ευρώ.

Προτεινόμενα παιχνίδια	Τιμή
Προπέτυ επιτραπέζιος αντισφαιρής	265 Ευρώ
Ποδόσφαιρα	189 Ευρώ
Στόνοι τσεσβολιές	88 Ευρώ
Ξετ χάρσφαιρής	158 Ευρώ
Φασικατό τρέμα	99 Ευρώ
Επιτραπέζιο φάβα	25 Ευρώ

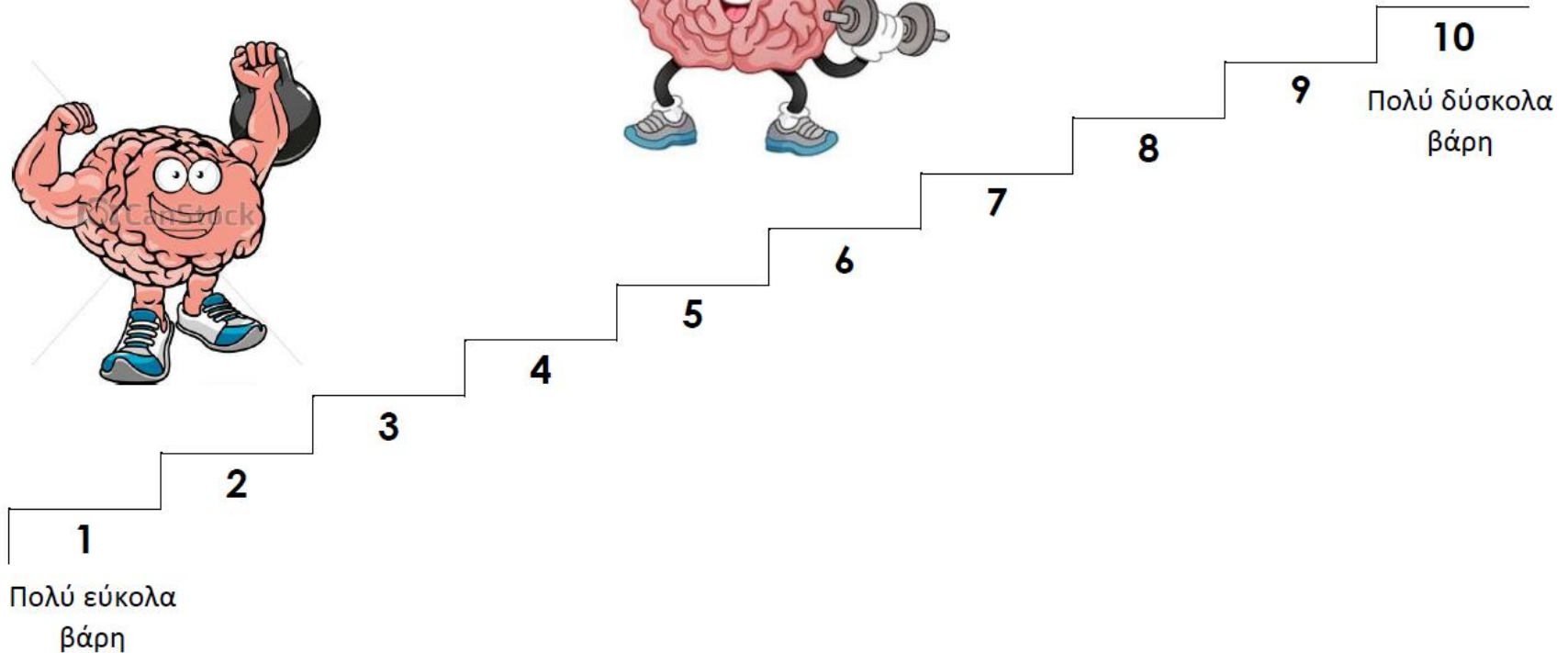
Η γραφική παράσταση παρουσιάζει τις προτιμήσεις των παιδιών του σχολείου.

Οι προτιμήσεις των μαθητών

Να ισγηθείς ποια παιχνίδια είναι δυνατόν να επιλέξει ο σύνδεσμος γονέων του σχολείου. Να προτιμάσεις δύο διαφορετικές ισγηθείς και να καταγράμεις τα επηγήματά σου.

Πηγή: MOEC, 2013, Cyprus New Mathematics Curriculum, Grade 3, Unit 7, pp.92-93, http://archeia.moec.gov.cy/sd/5/meros_4_enotites_6_7.pdf

Έργο	Επίπεδο Μαθηματικής Πρόκλησης
1	ΥΨΗΛΗ - Διαδικασίες με συνδέσεις
2	ΧΑΜΗΛΗ - Απομνημόνευση
3	ΧΑΜΗΛΗ - Διαδικασίες χωρίς συνδέσεις
4	ΥΨΗΛΗ - Έργο ουσιαστικής ενασχόλησης με τα Μαθηματικά



Το μυαλό μας, όπως και το σώμα μας, χρειάζεται να το «γυμνάζουμε» με **κατάλληλα** βάρη (δηλ., μαθηματικά έργα). Όπως και με τα βάρη στη γυμναστική, έτσι και στα Μαθηματικά **ο καθένας/η καθεμιά** πρέπει να δυναμώσει το μυαλό του/της με τις κατάλληλες ασκήσεις που του/της **δίνουν την ευκαιρία να σκεφτεί και να ενεργοποιηθεί γνωστικά.**

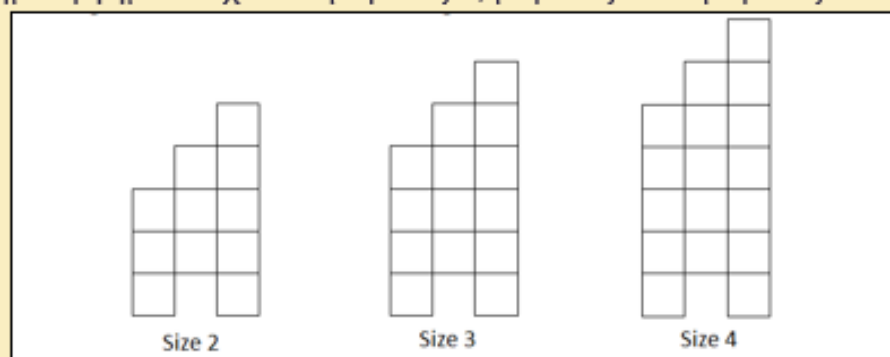
Έργο “Οι καρέκλες”

Άλγεβρα, Ε΄ Τάξη

- Να κατηγοριοποιήσετε το έργο που ακολουθεί, σύμφωνα με το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης που το χαρακτηρίζει όπως παρουσιάζεται στο φύλλο εργασίας.
- Θεωρείτε ότι κατά την εφαρμογή του σε μία πραγματική τάξη, το έργο αυτό θα διατηρήσει το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης που το χαρακτηρίζει ή θα αναπροσαρμοστεί; Γιατί;
- Πιστεύετε ότι απευθύνεται σε όλες τις ομάδες παιδιών της τάξης σας; Γιατί;
- Τι θα μπορούσατε να κάνετε για να διαχειριστείτε την πολυπλοκότητα του έργου και να βοηθήσετε όλες τις ομάδες παιδιών της τάξης σας ανάλογα με το επίπεδο ετοιμότητάς τους;

Έργο 2 (Έργο "Οι καρέκλες", Άλγεβρα, Ε' Τάξη)

Ο Αλέξης χρησιμοποιεί πανομοιότυπα πλακάκια για να κάνει σχέδια καρέκλας διαφορετικού μεγέθους για μια ζωγραφιά στο μάθημα της Τέχνης. Οι εικόνες δείχνουν τα τρία πρώτα δημιουργημένα σχέδια - μέγεθος 2, μέγεθος 3 και μέγεθος 4.



- α) Αν ο Αλέξης θέλει να δημιουργήσει μια καρέκλα μεγέθους 5, πώς μοιάζει; Μπορείτε να τη σχεδιάσετε ή να χρησιμοποιήσετε υλικά για να την αναπαραστήσετε; Πόσα πλακάκια θα χρειαστεί;

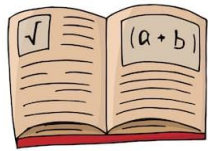
β) Να βρείτε τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται για τις καρέκλες «μεγέθους 6» και «μεγέθους 7». Να εξηγήσετε πώς το βρήκατε.

γ) Να σχεδιάσετε/φτιάξετε την καρέκλα "μεγέθους 1". Πόσα πλακάκια χρειάζεστε;
2. Παρατηρείτε κάποιο μοτίβο ανάμεσα στο μέγεθος των καρεκλών και τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται κάθε φορά; Να συζητήσετε αυτό το μοτίβο με τον/τη διπλανό/ή σας.
3. Ο Αλέξης ήθελε να δημιουργήσει μια καρέκλα μεγέθους 20. Να συζητήσετε με τον/τη διπλανό/ή σας τον κανόνα που θα βοηθούσε τον Αλέξη να βρει τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται για αυτή την καρέκλα;

Λειτουργεί αυτός ο κανόνας και για τα προηγούμενα μεγέθη καρέκλας; Εάν συμφωνείτε, να γράψετε αυτόν τον κανόνα με λέξεις.

Να συζητήσετε αν λειτουργεί για καρέκλες οποιουδήποτε μεγέθους.

Διδακτικά Έργα: Επιλογή και Εφαρμογή



Διάγραμμα 1. Το Μοντέλο Εξέλιξης των Μαθηματικών Έργων (προσαρμοσμένο από τους Stein κ.ά., 2000).

Διαφοροποίηση του Έργου «Καρέκλες»

- Δίνεται ένα απόσπασμα από το σχέδιο μαθήματός ενός εκπαιδευτικού σε Ε΄ τάξη στην Ιρλανδία, το οποίο προσαρμόστηκε στις στρατηγικές διαφοροποίησης που χρησιμοποίησε
- Να διαβάσετε το απόσπασμα από το σχέδιο μαθήματος κι έπειτα, να συζητήσετε τις ερωτήσεις που ακολουθούν

Καθοδηγητικές ερωτήσεις:

Επικεντρωθείτε στους «Ενεργοποιητές» και τις «Επεκτάσεις» που χρησιμοποιούνται από τον εκπαιδευτικό.

1. Πώς σκέφτηκε ο εκπαιδευτικός να τα χρησιμοποιήσει;
2. Να σκεφτείτε τη συμβολή τους στον χειρισμό της πολυπλοκότητας των έργων.
3. Πώς μπορεί το σχέδιο μαθήματος του εκπαιδευτικού της Ε΄ τάξης στην Ιρλανδία, να βοηθήσει στον καλύτερο χειρισμό της πολυπλοκότητας των έργων κατά την παρουσίαση και εφαρμογή τους;

**Έργο &
Δραστηριότητες**

**Αναμενόμενη
διάρκεια**

Διαφοροποίηση

**Λύνοντας την
ερώτηση 2**
(Οι μαθητές
εργάζονται σε
ζεύγη μικτών
ικανοτήτων, αλλά
μπορούμε να
κάνουμε αλλαγές
στην ομαδοποίηση
αν το θεωρούμε
απαραίτητο.)

5 λεπτά

- Εισάγω τον **Ενεργοποιητή 1** στους μαθητές που δεν μπορούν να σκεφτούν να αναπαραστήσουν τα δεδομένα σε πίνακα.

Ενεργοποιητής 1

Για να παρατηρήσετε ένα μοτίβο ανάμεσα στο μέγεθος της καρέκλας και τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται κάθε φορά, ίσως είναι χρήσιμο να οργανώσετε αυτές τις πληροφορίες σε έναν πίνακα

Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες που έχετε συλλέξει μέχρι τώρα.

Μέγεθος Καρέκλας	Αριθμός των πλακιδίων που χρειάζονται
1	
2	11
3	
4	
5	
6	
7	
8	
:	
:	

Στον συμπληρωμένο πίνακά σας, παρατηρείτε οποιαδήποτε σχέση ανάμεσα στο μέγεθος των καρεκλών και τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται κάθε φορά; (εάν αντιμετωπίζετε δυσκολίες εδώ, χρησιμοποιήστε το Ενεργοποιητή 2 για καθοδήγηση).

- Παρακολουθώ τη χρήση του **Ενεργοποιητή 1** και δίνω τον **Ενεργοποιητή 2** σε μαθητές που δε σκέφτονται από τι αποτελείται ο συνολικός αριθμός πλακιδίων (δηλαδή, δεν αναγνωρίζουν τη σημασία του μεγέθους 1 ως η σταθερά και την αύξηση και τη σύνδεσή της με το μέγεθος της καρέκλας).

Ενεργοποιητής 2

Μέγεθος καρέκλας (Κ)	Αριθμός πλακιδίων που χρειάζονται (Π)	Επεξήγηση
1	8	Αφού σχεδίασα την καρέκλα μεγέθους 1, μέτρησα τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζομαι. Η μέτρησή μου έδωσε τον αριθμό 8.
2	11	Αρχική Μέτρηση (8) + 3
3	14	Αρχική Μέτρηση (8) + 3 + 3
4	17	Αρχική Μέτρηση (8) + 3 + 3 + 3
5	:	:
6	:	:
7	:	:
8	:	:
:	:	:
:	:	:

Επιστρέψτε στην ερώτηση 3 του Έργου.

Επεκτάσεις 1, 2 & 3
(για όσους έχουν ολοκληρώσει τις ερωτήσεις 1, 2, 3, 4 & 5

N/A

- Κατά τη διάρκεια της αυτόνομης εργασίας στην ερώτηση 1, οι μαθητές που ολοκληρώνουν γρήγορα και με ακρίβεια τις ερωτήσεις 1 έως 5 (πιθανόν χωρίς να χρειάζονται τους **Ενεργοποιητές 1 & 2**) και αποδεικνύουν την αυθεντικότητα της λύσης τους, μπορούν να δουλέψουν στις **Επεκτάσεις 1 & 2**.

Επέκταση 1

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για να βρείτε τον κανόνα των πλακιδίων που χρειαζόμαστε για καρέκλες οποιουδήποτε μεγέθους. Τέσσερις φίλοι, η Άννα, ο Μπεν, ο Ντάουν και ο Κλαρκ χρησιμοποίησαν τις διαφορετικές μεθόδους που φαίνονται παρακάτω.

Αφιερώστε λίγο χρόνο για να εξερευνήσετε καθεμιά από αυτές τις μεθόδους.

1. Για καθεμιά από αυτές τις μεθόδους, να γράψετε με λέξεις τον κανόνα που θα σας βοηθούσε να βρείτε τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται για μια καρέκλα οποιουδήποτε μεγέθους.
2. Μπορείτε να ξαναγράψετε αυτόν τον κανόνα χρησιμοποιώντας σύμβολα/γράμματα;
3. Ο κανόνας για κάθε μία από τις μεθόδους είναι ο ίδιος;
4. Χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε από τις μεθόδους/κανόνες, να υπολογίσετε τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται για μια καρέκλα μεγέθους 85.

Επέκταση 2:

Σε ποιο 'Μέγεθος Καρέκλας' θα χρειαστούν 230 τετράγωνα πλακίδια; Να εξηγήσετε πώς το βρήκατε.

Μετάφραση:

Άννα: Λοιπόν, αυτός είναι ο τρόπος με τον οποίο βρήκα τον κανόνα. Μετέφερα το πάνω πλακίδιο κάτω στην επόμενη σειρά για να φτιάξω ένα ορθογώνιο που στέκεται σε δύο πλακίδια.

Μετάφραση:

Μπεν: Αυτό είναι εύκολο. Για να βρω τον κανόνα φαντάστηκα ότι τα σχέδια των καρεκλών είναι μέρος του μεγάλου ορθογωνίου, και μετά αφάιρεσα τέσσερα πλακίδια.

Μετάφραση:

Ντάουν: Για να βρω τον κανόνα χωρίς τα σχέδια σε τρία μέρη όπως φαίνεται πιο κάτω.

Μετάφραση:

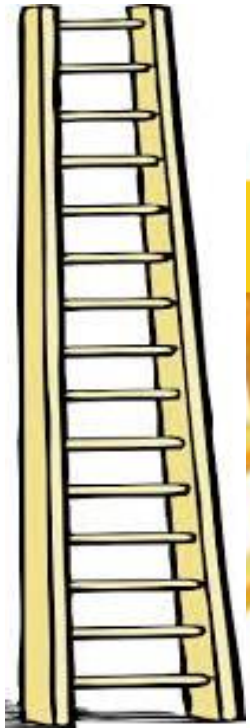
Κλαρκ: Μέτρησα τον αριθμό των πλακιδίων σε κάθε σχέδιο καρέκλας και τα έγραψα σε έναν πίνακα. Μετά δούλεψαν ανάποδα για να βρω το μέγεθος 1. Τελικά, βρήκα τον κανόνα από τον πίνακα.

Size Number	No of cards used	
1	6	6
2	11	11 = 6 + 3
3	14	14 = 6 + 3 + 3
4	17	17 = 6 + 3 + 3 + 3
:	:	:

Η Σκάλα της Διαφοροποίησης του Έργου

Διαβαθμισμένα έργα (tiered activities)

- Η ανάπτυξη και χρήση διαβαθμισμένων έργων είναι χρήσιμη και σημαντική όταν εργάζεστε με έργα με μαθηματική πρόκληση με διαφορετικές ομάδες μαθητών.



Επέκταση Έργου

Βασικό Έργο

Ενεργοποιητής Έργου

Οι **Επεκτάσεις** μπορούν να «επεκτείνουν» τη σκέψη των μαθητών που χρειάζονται μεγαλύτερη πρόκληση από εκείνη που προσφέρει το βασικό έργο.

Οι **Ενεργοποιητές** μπορούν να «ενεργοποιήσουν» τους μαθητές να σκεφτούν όταν χρειάζονται επιπλέον υποστήριξη ή καθοδήγηση για να εργαστούν στο βασικό έργο.

Δραστηριότητα Ανάπτυξης Ενεργοποιητών και Επεκτάσεων για Έργα με Μαθηματική Πρόκληση

Παρουσιάζεται το ακόλουθο έργο Γ' Τάξης «*Σημεία Προσοχής – Οδηγίες Κατεύθυνσης*».

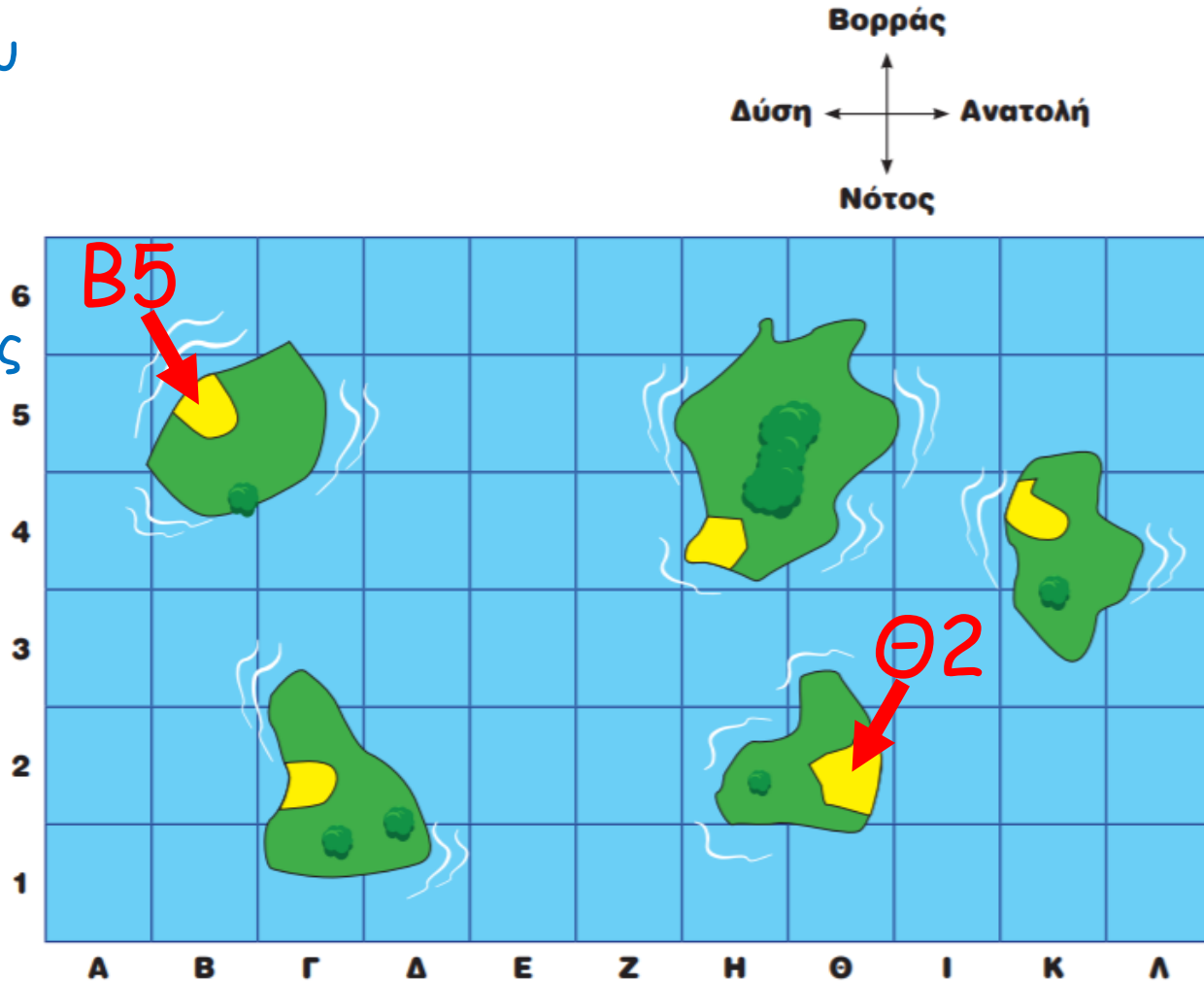
1. Αρχικά, να μελετήσετε το έργο και να προσδιορίσετε το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησης.
2. Να δημιουργήσετε τουλάχιστον έναν ενεργοποιητή και τουλάχιστον μια επέκταση για το έργο.
3. Να παρουσιάσετε στην ολομέλεια τους ενεργοποιητές και τις επεκτάσεις των έργων που δημιουργήσατε.

Έργο 1 (Τάξη Γ')

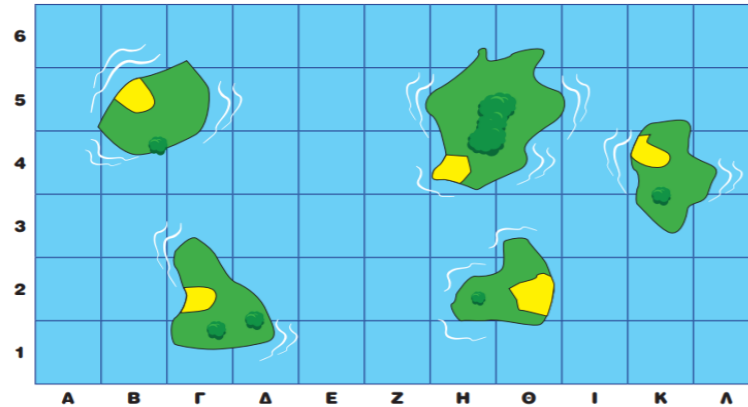
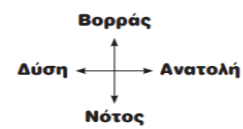
Θέμα: Σημεία Προσοχής – Οδηγίες Κατεύθυνσης

Ο Νίκος και οι φίλοι του θα ξεκινήσουν από την παραλία που βρίσκεται στο τετράγωνο Θ2 και θα επισκεφθούν με τη βάρκα τους τις παραλίες που βρίσκονται σε γειτονικά νησιά.

Να περιγράψεις μια διαδρομή που είναι δυνατόν να ακολουθήσουν, ώστε να επισκεφθούν την παραλία που βρίσκεται στο τετράγωνο Β5.



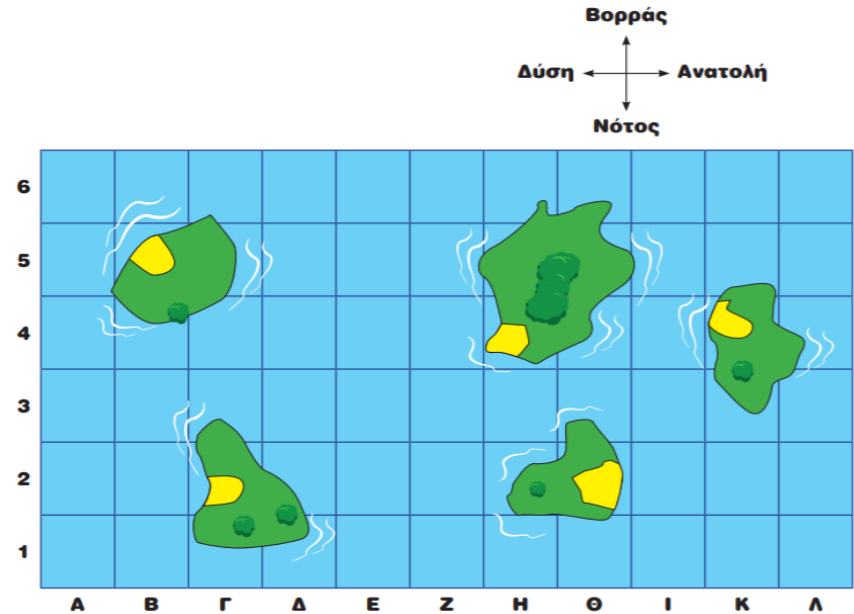
Ενδεικτικοί Ενεργοποιητές



- Αφαίρεση κάποιων νησιών από τον χάρτη που λειτουργούν ως εμπόδια
 - Χρήση καρτελών κατεύθυνσης (με βέλη) και κάποιου «ήρωα» για να μετακινείται στη διαδρομή
-
-
- Ζητάμε από τα παιδιά να δώσουν οδηγίες στον Νίκο και τους φίλους του για να πάνε από την παραλία **Θ2** στο **Κ4** ή από το **Θ2** στο **Η4**
 - Ζητάμε από τα παιδιά, **αρχικά, να σχεδιάσουν τη διαδρομή** και μετά να δώσουν οδηγίες στον Νίκο και τους φίλους του
 - **Ποιες από τις πιο κάτω κινήσεις** θα οδηγήσουν τον Νίκο και τους φίλους του από το **Θ2** στο **Β5**;
 - 1 τετράγωνο ανατολικά, 1 τετράγωνο βόρεια, 8 τετράγωνα ανατολικά και 1 τετράγωνο βόρεια
 - 1 τετράγωνο ανατολικά, 1 τετράγωνο βόρεια, 8 τετράγωνα δυτικά, 2 τετράγωνα βόρεια και 1 τετράγωνο ανατολικά

Ενδεικτικές Επεκτάσεις

- Να βρείτε **μια διαφορετική διαδρομή** που θα μπορούσαν να ακολουθήσουν ο Νίκος και οι φίλοι του.
- Να περιγράψετε τη διαδρομή από το Θ2 στο Β5 **το πολύ σε 13 βήματα**.
- Τα παιδιά έχουν αρκετά καύσιμα για να μετακινηθούν **11 το πολύ βήματα**. Να αναφέρετε σε ποιες παραλίες θα μπορούσαν να πάνε από το Θ2 και να περιγράψετε τις διαδρομές που θα ακολουθούσαν.
- Να απαντήσετε στα ακόλουθα:
 - Ποια διαδρομή θα πρέπει να ακολουθήσουν οι φίλοι για να κάνουν τη **μεγαλύτερη δυνατή οικονομία στα καύσιμα** της βάρκας τους;
 - Ποια διαδρομή θα πρέπει να ακολουθήσουν οι φίλοι για να κάνουν **μια περιήγηση σε όλες τις παραλίες**, ξεκινώντας από το Θ2 και καταλήγοντας στο Β5;



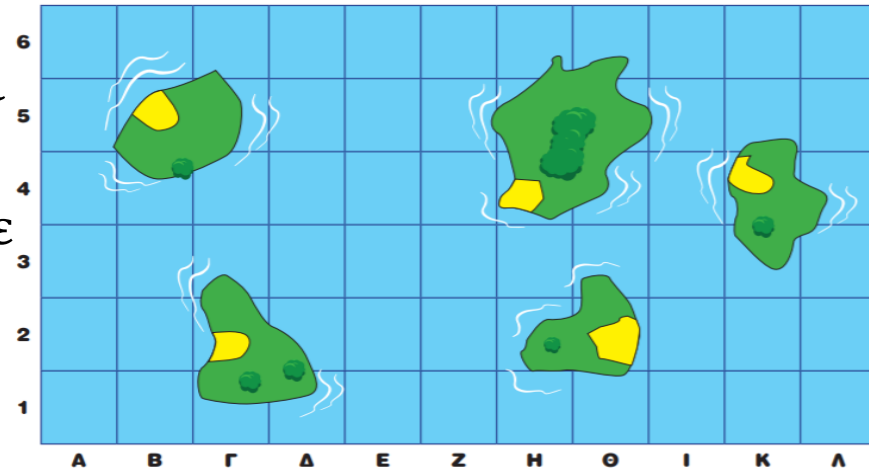
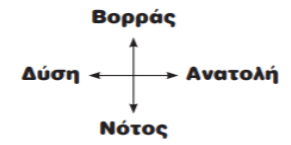
Ενδεικτικές Επεκτάσεις (συνέχεια)

- Ένα νησί αναδύθηκε από το Α1 μέχρι το Α3 (ή από το Λ5 μέχρι το Λ6).

- Από το τετράγωνο Θ2 που βρίσκεστε να αναφέρετε **2 τρόπους** για να φτάσετε στο νέο νησί.
- Ποια είναι η **πιο μακρινή/κοντινή διαδρομή** που μπορείτε να ακολουθήσετε;

- Φανταστείτε ένα νέο νησί στον χάρτη.

- **Σχεδιάστε** το στον χάρτη σας και σημειώστε με κίτρινο την παραλία του νησιού.
- **Ο/η φίλος/η σας θα σας κάνει τις απαραίτητες ερωτήσεις** για να εντοπίσει το νησί σας και να το σχηματίσει στον δικό του/της χάρτη. Στις απαντήσεις στις ερωτήσεις του/της διπλανού/ής σας θα πρέπει οπωσδήποτε να χρησιμοποιήσετε τα σημεία του ορίζοντα (π.χ., Βορράς ή βόρεια, κλπ.).



Γενικοί Τρόποι/Ιδέες Ανάπτυξης Ενεργοποιητών και Επεκτάσεων

Ενεργοποιητές	Επεκτάσεις
<ul style="list-style-type: none">•	<ul style="list-style-type: none">•

Γενικοί Τρόποι/Ιδέες Ανάπτυξης Ενεργοποιητών και Επεκτάσεων

Ενεργοποιητές	Επεκτάσεις
<ul style="list-style-type: none">• Μειώνω τον απαιτούμενο αριθμό βημάτων• Απλοποιώ το σχήμα/ τον πίνακα/την αναπαράσταση που δίνεται• Παρουσιάζω δεδομένα με διαφορετικό τρόπο (π.χ., πίνακα, εικονικά)• Σύνδεση με σχετική προαπαιτούμενη γνώση• Βάζω απλούστερους ή λιγότερους αριθμούς• Δίνονται και χρησιμοποιούνται μέσα και υλικά• Αφαιρώ κάποιους περιορισμούς	<ul style="list-style-type: none">• Καλώ τους μαθητές να προβούν σε γενικεύσεις• Καλώ τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν αφαιρετική σκέψη• Ζητούμε έναν άλλο τρόπο σκέψης και λύσης• Σύγκριση δύο διαφορετικών τρόπων λύσης• Αξιολόγηση ορθότητας ή καταλληλότητας άλλης (π.χ., πιο σύνθετης) λύσης• Προσθέτω περιορισμούς ή αφαιρώ περιορισμούς• Προσθέτω ερωτήσεις (π.χ., τι θα συνέβαινε αν..., γιατί..., πόσες λύσεις έχει..., πού ξέρω ότι τις βρήκα όλες...;)• Αντίστροφη σκέψη

Ενεργοποιητές και Επεκτάσεις: Βασικές Αρχές

- **Τα έργα θα πρέπει:**
 - να επικεντρώνονται στους **μαθησιακούς στόχους** και τις βασικές έννοιες.
 - να ανταποκρίνονται στις ειδικές **μαθησιακές ανάγκες διαφορετικών ομάδων** ανάλογα με την ικανότητα, την ετοιμότητα, το βαθμό υποστήριξης που απαιτείται και τις προτιμήσεις τρόπου μάθησης.
 - να **εμπλέκουν** τους μαθητές και να είναι **ενδιαφέροντα**.
- **Οι Επεκτάσεις δεν πρέπει να είναι απλώς «περισσότερη από την ίδια δουλειά».**
- **Οι Ενεργοποιητές δεν είναι «υποβαθμισμένες» εκδοχές του βασικού έργου.**
- Κατά τον εμπλουτισμό των έργων με ενεργοποιητές και επεκτάσεις θεωρείται θεμελιώδης η **διαρκής διατήρηση του επιπέδου μαθηματικής πρόκλησης για όλες τις ομάδες παιδιών.**
 - Οι ομάδες των μαθητών δεν είναι πάντα σταθερές!
- Σε οποιαδήποτε περίπτωση εφαρμογής ενεργοποιητών και επεκτάσεων το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης **δεν πρέπει να μειώνεται** για την κάθε ομάδα μαθητών.

Αξιολόγηση του Συνεδρίου



<https://forms.gle/iyTc46b1i8qDUrDXA>

Ευχαριστίες

- Με τη λήξη του βιωματικού εργαστηρίου, Θα θέλαμε εκ μέρους της συντονιστικής επιτροπής του EDUCATE, να σας ευχαριστήσουμε για την εδώ παρουσία σας στο συνέδριο του προγράμματος EDUCATE.
- Ευχόμαστε να έχετε αποκομίσει χρήσιμες ιδέες και πρακτικές, που θα σας βοηθήσουν να προσαρμόζετε το μάθημά σας, ούτως ώστε να καλύπτει τις διαφορετικές ανάγκες και τα επίπεδα ετοιμότητας των μαθητών και των μαθητριών σας.
- Ευχή μας σε επόμενα συνέδρια να έχουμε την ευκαιρία να συναντηθούμε διά ζώσης, επιστρέφοντας σιγά σιγά στην κανονικότητά μας.
- Ευχαριστούμε θερμά όλους όσοι και όλες όσες συμμετείχαν στη διοργάνωση του συνεδρίου για την εξαιρετική τους δουλειά.

*Σας
ευχαριστούμε*



Σας ευχαριστούμε για την προσοχή σας!

Στοιχεία Επικοινωνίας:

Γιώργος Ολυμπίου

Ηλ. Ταχ.: olympiog@ucy.ac.cy

Ευρυδίκη Κασάπη

Ηλ. Ταχ.: ekasap01@ucy.ac.cy

Σταυρούλα Φιλίππου

Ηλ. Ταχ.: philippou.stavrroula@ucy.ac.cy

Σας ευχαριστούμε



Καταληκτική Δραστηριότητα

Ε3 (Για εκπαιδευτικούς Δημοτικής Εκπαίδευσης) – Να επιλέξετε αν καθεμιά από τις ακόλουθες προτροπές θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως ενεργοποιητής, επέκταση ή κανένα από αυτά.

Έργο Α (Αφαίρεση με χάλασμα δεκάδας, Γ' τάξη)

Το αποτέλεσμα του αγώνα που διεξήχθη την προηγούμενη εβδομάδα μεταξύ των δύο ομάδων καλαθόσφαιρας, Parrots και Galahs, ήταν το πιο κάτω:

Βαθμολογία αγώνα:

Parrots: 106

Galahs: 97

Με πόσους βαθμούς διαφορά κέρδισαν οι Parrots;



(Adapted from Sullivan, 2013)

Προτροπές

A. Το αποτέλεσμα του αγώνα που διεξήχθη την προηγούμενη εβδομάδα μεταξύ των δύο ομάδων καλαθόσφαιρας, Parrots και Galahs, ήταν το πιο κάτω:



Βαθμολογία αγώνα:

Parrots: 56

Galahs: 27

Με πόσους βαθμούς διαφορά κέρδισαν οι Parrots;

B. Το αποτέλεσμα του αγώνα που διεξήχθη την προηγούμενη εβδομάδα μεταξύ των δύο ομάδων καλαθόσφαιρας, Parrots και Galahs, ήταν το πιο κάτω:



Βαθμολογία αγώνα:

Parrots: 163

Galahs: 88

Με πόσους βαθμούς διαφορά κέρδισαν οι Parrots;

Ενεργοποιητής

Επέκταση

Ούτε
Ενεργοποιητής,
Ούτε Επέκταση



Γ. Το αποτέλεσμα του αγώνα που διεξήχθη την προηγούμενη εβδομάδα μεταξύ των δύο ομάδων καλαθόσφαιρας, Parrots και Galahs, ήταν το πιο κάτω:



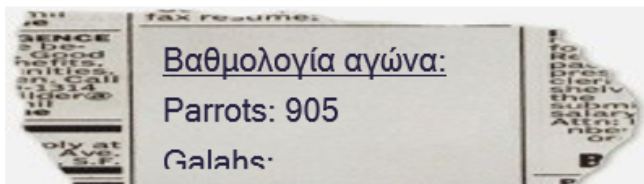
Βαθμολογία αγώνα:

Parrots: 1005

Galahs: 988

Με πόσους βαθμούς διαφορά κέρδισαν οι Parrots;

Δ. Η Έμιλη έκοψε το απόκομμα της εφημερίδας που έγραφε το αποτέλεσμα του τελευταίου αγώνα πρωταθλήματος μεταξύ των δύο ομάδων καλαθόσφαιρας. Οι βαθμοί των Galahs διαγράφηκαν, αλλά θυμάται ότι η διαφορά στη βαθμολογία ήταν 123 μονάδες. Να βρείτε έναν τρόπο με τον οποίο η Έμιλη μπορεί να υπολογίσει τους βαθμούς της δεύτερης ομάδας.



Ε. Να υπολογίσετε την απάντηση με δύο διαφορετικούς τρόπους.

Ενεργοποιητής

Επέκταση

Ούτε
Ενεργοποιητής,
Ούτε Επέκταση





Για να αγοράσεις το τρενάκι πρέπει να χρησιμοποιήσεις συνολικά 7 από τα πιο πάνω χαρτονομίσματα και κέρματα.

Ποια μπορεί να είναι η τιμή του παιχνιδιού;



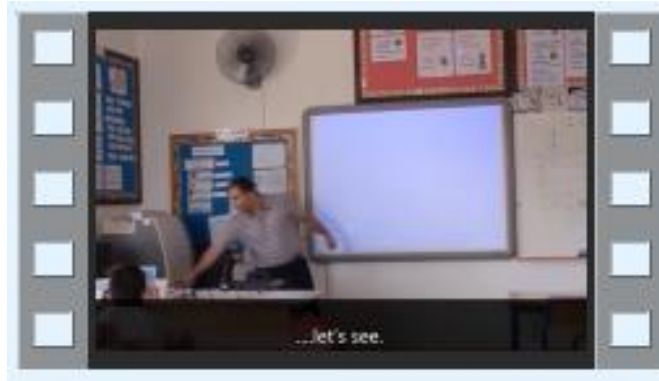
Έργο 2 (Τάξη Α',
Αισθητοποίηση Αριθμών - Ανάλυση
και Σύθεση Διψήφιων Αριθμών)

✓ Επίπεδο μαθηματικής
πρόκλησης;

✓ Πιθανοί
ενεργοποιητές;

✓ Πιθανές επεκτάσεις;

Εφαρμογή του Έργου κατά τη Διδασκαλία



Συζήτηση

- Σε ποιο βαθμό, πιστεύετε ότι οι μαθητές σε αυτό το οπτικογραφημένο απόσπασμα ενεπλάκησαν σε διαδικασίες μαθηματικής σκέψης και συλλογισμού; Να αιτιολογήσετε τη σκέψη σας.
- Αν ενεπλάκησαν σε τέτοιου είδους σκέψη, αυτό ίσχυε για όλους τους μαθητές; Γιατί; Γιατί όχι;