Τρίτο Μέρος
Αντιμεταθετική Άλγεβρα

1. Δείξτε ότι

   (α′) Έστω G μια ομάδα τάξης p^n, όπου p πρώτος. Τότε για κάθε $1 \leq k \leq n$, υπάρχει $H \lhd G$ της G, με $|H| = p^k$.

   (β′) Έστω G μια ομάδα και p πρώτος τέτοιος ώστε $p^k || G|$, $k > 0$. Τότε υπάρχει $H < G$, τέτοια ώστε $|H| = p^k$.

2. Βρείτε την ομάδα Galois πάνω απο το $\mathbb{Q}$ του πολυωνύμου $x^4 - 2$.

Να λυθούν 2 από τα 3 θέματα.

Θέμα 1

Υποθέτουμε ότι (X, A, μ) είναι χώρος μέτρου πιθανότητας $(\mu(X) = 1)$ και $f, g: X \to (0, +\infty)$ είναι A – μετρήσιμες συναρτήσεις τέτοιες ώστε $f(x)g(x) \geq 1,\ \forall x \in X$. Να αποδείξετε ότι

$$\int_X f\ d\mu \cdot \int_X g\ d\mu \geq 1.$$

Θέμα 2

Δίνεται η ακολουθία συναρτήσεων

$$f_n(x) = \begin{cases} 1, & x < 0, \\ 1 - nx, & 0 \leq x < \dfrac{1}{n}, \\ 0, & x \geq \dfrac{1}{n}. \end{cases}$$

(ι) Να βρεθεί η οριακή συνάρτηση $f(x) = \lim_{n\to\infty} f_n(x),\quad \forall x \in \mathbb{R}$.

(ιι) Να εξετάσετε αν η ακολουθία $f_n(x)$ συγκλίνει ομοιόμορφα προς την $f(x)$ στο $\mathbb{R}$.

(ιιι) Να εξετάσετε αν η ακολουθία $f_n(x)$ συγκλίνει ομοιόμορφα προς την $f(x)$ στο $[0, 1]$.

(ιν) Να εξετάσετε αν ισχύει η ισότητα: $\lim_{n\to\infty} \int_0^1 f_n(x)dx = \int_0^1 f(x)dx$.

(ν) Να υπολογισθεί το όριο $\lim_{n\to\infty} sup_{x\in\mathbb{R}}|f_n(x) - f(x)|$.

Θέμα 3

Εστω $E \subset \mathbb{R}$ κατά Lebesgue μετρήσιμο σύνολο και $f: E \to [0, +\infty)$ ολοκληρώσιμη συνάρτηση. Να αποδείξετε ότι εάν $\varepsilon > 0$, τότε υπάρχει $\delta > 0$, τέτοιο ώστε για κάθε σύνολο $A \subset E$ με $m(A) < \delta$ έχουμε ότι

$$\int_A f < \varepsilon.$$

ΕΚ

Θέμα 1

(α) Έστω η συνάρτηση f αναλυτική στο ανοικτό $\mho$, έτσι ώστε $\overline{B(0,1)} \subset \mho$. Αν $|f(x)| < 1$ για $|z| = 1$ τότε δείξτε ότι υπάρχει μοναδικό z: $|z| < 1$ και $f(z) = z$

(β) Αποδείξτε το Θεμελιώδες Θεώρημα της Αλγεβρας: Κάθε μιγαδικό πολυώνυμο βαθμού n έχει ακριβώς n – ρίζες.

Θέμα 2

Εστω η ακολουθία αναλυτικών συναρτήσεων $\{f_n\}_n \in \mathcal{H}(\Delta)$, $\Delta = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ και $f_n(o) = 0$.

Αν $Ref_n \longrightarrow 0$, ομοιόμορφα σε συμπαγή υποσύνολα του Δ, τότε δείξτε ότι $f_n \longrightarrow 0$, στον χώρο $\mathcal{H}(\Delta)$.

ΕΚ

Θέμα 1

1 Έστω R το σύνολο των πινάκων της μορφής

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

με $a, b \in \mathbf{R}$. Έστω I σύνολο των πινάκων της μορφής

$$\begin{pmatrix} 0 & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

με $b \in \mathbf{R}$. Δείξτε ότι I είναι ιδεώδες του R. Είναι το I μέγιστο ιδεώδες;

Θέμα 2

Βρείτε τον πίνακα χαρακτήρων της D_8.

Θέμα 3

Έστω p πρώτος αριθμός και n θετικός ακέραιος. Υποθέστε ότι G είναι ομάδα τάξης p^n.

(ι) Δείξτε ότι $Z(G) \neq \{1\}$.

(ιι) Υποθέστε ότι $n \geq 3$ και $|Z(G)| = p$. Δείξτε ότι G περιέχει κλάση συζυγίας μεγέθους p.

Ε.Ε. 09-10

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ 6/2/2010

Να λυθούν τα 2 από τα 3 θέματα.

ΘΕΜΑ 1. Έστω $(X, \mathcal{A}, \mu)$ ένας χώρος μέτρου με $\mu(X) < \infty$ και f_n μετρίσιμες συναρτήσεις τέτοιες ώστε $\sup_{n\in\mathbb{N}} |f_n(x)| < \infty$ μ-σχεδόν παντού. Δείξτε ότι για κάθε $\delta > 0$ υπάρχουν A με $\mu(A) < \delta$ και $M > 0$ τέτοια ώστε $|f_n(x)| \leq M$ για κάθε $n \in \mathbb{N}$ και για κάθε $x \in X \setminus A$.

ΘΕΜΑ 2. (i) Διατυπώστε και αποδείξτε το Λήμμα του Fatou.

(ii) Εάν $f \in L_1(R)$ να αποδείξετε ότι

$$\lim_{n\to\infty} \int_{\infty}^{\infty} f(x)\cos(nx)dx = 0.$$

ΘΕΜΑ 3. (i) Να εξετάσετε εάν η ακολουθία συναρτήσεων $f_n, n \in \mathbb{N}$, όπου

$$f_n(x) = (x-n)^3 + |x-n|^3$$

συγκλίνει ομοιόμορφα στο $\mathbb{R}$.

(ii) Έστω K συμπαγές υποσύνολο ενός μετρικού χώρου (X, ρ). Ορίζουμε την διάμετρο του K, $diam(K) := \sup\{\rho(x,y), : x, y \in K\}$. Να αποδείξετε ότι $diam(K) < \infty$ και ότι υπάρχουν $x_0, y_0 \in K$ τέτοια ώστε $diam(K) = \rho(x_0, y_0)$.

Εφαρμοσμένα Μαθηματικά: Θέμα 1

Να γράψετε τις εξισώσεις του Hamilton για το σύστημα

$$H = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_2^2) + \frac{1}{(q_1 - q_2)^2} \, .$$

Ακολούθως να δείξετε ότι το σύστημα είναι ολοκληρώσιμο κατά Liouville.

Εφαρμοσμένα Μαθηματικά: Θέμα 2

Να δειχθεί ότι η

$$\Gamma = t^2\frac{\partial}{\partial t} + xt\frac{\partial}{\partial x} - \left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{4}x^2\right)u\frac{\partial}{\partial u}$$

είναι συμμετρία Lie της εξίσωσης της θερμότητας

$$u_t - u_{xx} = 0.$$

Να βρεθεί η λύση ομοιότητας που αντιστοιχεί στην πιο πάνω συμμετρία. (Δηλαδή, να μετασχηματιστεί σε συνήθη διαφορική εξίσωση.)

Ορίζουμε $D_x = \frac{\partial}{\partial x} + u_x\frac{\partial}{\partial u} + u_{xx}\frac{\partial}{\partial u_x} + u_{xt}\frac{\partial}{\partial u_t} + \ldots$ $\quad D_t = \frac{\partial}{\partial t} + u_t\frac{\partial}{\partial u} + u_{xt}\frac{\partial}{\partial u_x} + u_{tt}\frac{\partial}{\partial u_t} + \ldots$

Επέκταση(1+2):
$\eta^x = D_x\eta - u_xD_x\xi_1 - u_tD_x\xi_2,\quad \eta^t = D_t\eta - u_xD_t\xi_1 - u_tD_t\xi_2$
$\eta^{xx} = D_x\eta^x - u_{xx}D_x\xi_1 - u_{xt}D_x\xi_2$

Εφαρμοσμένα Μαθηματικά: Θέμα 3

Να διατυπωθεί η αρχή του Hamilton.

Αρχίζοντας από τους νόμους του Newton να αποδειχθεί η αρχή του Hamilton για ένα σωματίδιο μάζας m.

Γενικες Μεταπτυχιακες Εξετασεις.

Μιγαδικη Αναλυση.

6/2/10

Να απαντηθουν 2 απο τα 3 θεματα

Θεμα 1:

Εστω $\alpha : [0,1] \longrightarrow \mathbf{C}$ μια C^1 χαμπυλη. Οριζουμε την συναρτηση

$$f(z) = \int_\alpha \frac{1}{\zeta - z} d\zeta, \ z \in \mathbf{C} \setminus \alpha([0,1]).$$

Δειξτε οτι η f ειναι αναλυτικη συναρτηση. Αν $\alpha(t) = t, \ t \in [0,1]$, δειξτε οτι η f δεν μπορει να επεκταθει αναλυτικα στο $\mathbf{C}$.

Θεμα 2:

Εστω οτι $f : U \longrightarrow \mathbf{C}$ συνεχης συναρτηση, $U \subset \mathbf{C}$ χωριο. Οριζουμε το συνολο $\mathcal{A}$ να ειναι το συνολο ολων των κλειστων, απλων καμπυλων που περιεχονται στο U και ειναι ενωσεις οριζοντιων και καθετων ευθυγραμμων τμηματων. Αν $\int_\gamma f(\zeta)d\zeta = 0$, για καθε $\gamma \in \mathcal{A}$, τοτε δειξτε οτι η f ειναι αναλυτικη στο U.

Θεμα 3:

Εστω $\Omega \subset \mathbf{C}$ ο μοναδιαιος δισκος και

$$S = \{f \in \mathcal{H}(\Omega) : \ f(0) = 0, \ f'(0) = 1, \ f \ \epsilon\nu\alpha \ \pi\rho o\varsigma \ \epsilon\nu\alpha\}.$$

Δειξτε οτι το S ειναι κλειστο υποσυνολο του $\mathcal{H}(\Omega)$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΓΕΝΙΚΕΣ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

6 Φεβρουαρίου 2010

ΟΝΟΜΑ: ____

Άσκηση			Βαθμός
Μονάδες			

ΓΜΕ: Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις, 6/2/2010

ΝΑ ΛΥΘΟΥΝ 2 ΑΠΟ ΤΑ ΠΙΟ ΚΑΤΩ 3 ΘΕΜΑΤΑ

1. (Μονάδες 50)

(α) Έστω R ένα φραγμένο, ανοικτό χωρίο στο $\mathbb{R}^n$ $(n = 1,2,3)$. Να δειχτεί το εξής:

Αν μια συνάρτηση $u \in C^2(R) \cap C^0(\overline{R})$ *ικανοποιεί*

$$-\Delta u \leq 0 \text{ στο } R,$$

τότε αυτή λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της στο σύνορο ∂R *του χωρίου.*

(Σημείωση: Το "Δ" συμβολίζει τον Λαπλασιανό διαφορικό τελεστή.)

(β) Να λυθεί η εξίσωση του Laplace στο χωρίο Ω, το οποίο ορίζεται σε πολικές συντεταγμένες ως

$$\Omega = \{(r,\theta) : 0 \leq r \leq \alpha, 0 \leq \theta \leq \pi/3\}, \alpha \in \mathbb{R}$$

με συνοριακές συνθήκες

$$\frac{\partial u}{\partial r}(r,0) = 0 \ , \ \frac{\partial u}{\partial r}(r,\pi/3) = 0 \ , \ u(\alpha,\theta) = f(\theta) \ ,$$

όπου η f είναι μια δοθείσα, συνεχής συνάρτηση.

2. (Μονάδες 50)

Να λυθεί το πρόβλημα

$$\begin{cases} u_x^2 u_y = 1 & , \quad x \in \mathbb{R}, y > 0 \\ u(x,0) = 2x & , \quad x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

όπου $u = u(x, y)$.

3. (Μονάδες 50)

Να λυθεί το πρόβλημα

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} + bu = 0 & , \quad x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x,0) = \varphi(x) \end{cases}$$

όπου $u = u(x, t)$, b είναι θετική σταθερά και $\varphi(x)$ είναι γνωστή συνάρτηση.

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Διαφορική
Γεωμετρία

1 Ορίζω

$$\omega = \frac{-ydx}{x^2+y^2} + \frac{xdy}{x^2+y^2}\ .$$

Να υπολογισθεί

$$\int_\gamma \omega$$

όπου γ η καμπύλη $x^8 + y^8 = 1$ με θετική φορά.

2 Ορίστε διαφορίσιμη δομή στον πραγματικό προβολικό χώρο RP^2 και δείξτε οτι η απεικόνιση $f : RP^2 \to RP^2$,

$$[(x,y,z)] \mapsto [(\frac{z^2}{x^2+y^2+z^2}, \frac{y^2-x^2}{x^2+y^2+z^2}, \frac{x^2}{x^2+y^2+z^2})]$$

είναι διαφορίσιμη στο $[(1,1,0)]$.

3 Έστω G ομάδα *Lie* με μια αριστερά αναλλοίωτη μετρική. Δείξτε οτι υπάρχει μοναδική συνοχή της G με $\nabla_X Y = 0$, όπου X, Y αριστερά αναλλοίωτα διανυσματικά πεδία της G.

(Υπόδειξη: Ταυτίζουμε την άλγεβρα *Lie* της G με το σύνολο των αριστερά αναλλοίωτων διανυσματικών πεδίων της G. Αν $v_1, \cdots, v_n$ ορθοκανονική βάση της άλγεβρας *Lie* της G, υπάρχουν μοναδικά ορισμένες $f_1, \cdots, f_n \in C^\infty(G)$ με $X(g) = \sum_{i=1}^n f_i(g)v_i(g)$, για κάθε $g \in G$ και X διαφορίσιμο διανυσματικό πεδίο της G.)

Τέταρτο Μέρος

Θέμα 1:

ι) Διατυπώστε το θεώρημα των Hopf και Rinow.

ιι) Δείξτε οτι μια συμπαγής, συνεκτική πολλαπλότητα Riemann είναι πλήρης και έχει πεπερασμένη διάμετρο.

ιιι) Έστω M συνεκτική πολλαπλότητα Riemann κάθε δύο σημεία της οποίας συνδέονται με μια ελαχιστική γεωδαισιακή. Έπεται οτι η M είναι πλήρης; (Δώστε απόδειξη ή αντιπαράδειγμα.)

2. Ο χώρος των 2×2 πινάκων με πραγματικά στοιχεία, $M_2(\mathbf{R})$, είναι διαφορομορφικός με το $\mathbf{R}^4$ μέσω της συναρτήσεως

$$(x, y, z, w) \to \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} .$$

Έστω

$$SL_2(\mathbf{R}) = \{A \in M_2(\mathbf{R}), \qquad xw - zy = 1\} .$$

ι) Δείξτε ότι $SL_2(\mathbf{R})$ είναι διαφορίσιμη πολλαπλότητα.

ιι) Δείξτε ότι το διανυσματικό πεδίο

$$x\frac{\partial}{\partial y} + z\frac{\partial}{\partial w}$$

στο $M_2(\mathbf{R})$ είναι εφαπτόμενο στον $SL_2(\mathbf{R})$.

ΓΜΕ - ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
26 Σεπτεμβρίου 2009

Όνομα: ΑΜ:

Πρόβλημα 1.
Έστω α **διπλή** ρίζα της $f(x)=0$ και ότι η f είναι αρχούντως λεία στην περιοχή του α.
(α) Δείξτε ότι η **μέθοδος Newton συγκλίνει γραμμικά.** 10μ.
(β) Δείξτε ότι η **τροποποιημένη μέθοδος Newton**

$$x_{k+1} = x_k - 2\frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

συγκλίνει τετραγωνικά. 15μ.

Πρόβλημα 2.

(α) Να αποδειχθεί το **γενικευμένο θεώρημα του Rolle**:
Αν η $f \in C^n[a,b]$ έχει n διαφορετικές μεταξύ τους ρίζες στο $[a,b]$, τότε υπάρχει $\xi \in [a,b]$ τέτοιο ώστε

$$f^{(n-1)}(\xi) \;=\; 0$$

5μ.

(β) Να αποδειχθεί το Θεώρημα:
Αν $n \in \mathbf{N}$, $f \in C^{n+1}[a,b]$, $x_0, \cdots, x_n \in [a,b]$ ανά δύο διαφορετικά μεταξύ τους σημεία, και $p \in P_n$ το πολυώνυμο παρεμβολής της f στα σημεία $x_0, \cdots, x_n$, τότε $\forall x \in [a,b]$ υπάρχει $\xi \in (a,b)$ τέτοιο ώστε

$$f(x) \;-\; p(x) \;=\; \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \prod_{i=0}^{n} (x \;-\; x_i)\,.$$

20μ.

ΘΕΜΑ 1ο *(Μον. 25)*

Έστω $T \in \mathbb{R}^{n,n}$, $c \in \mathbb{R}^n$ και θεωρήστε την επαναληπτική μέθοδο

$$x^{(k+1)} = Tx^{(k)} + c, \quad k = 0, 1, 2, \ldots, \tag{1}$$

με $x^{(0)}$ τυχαίο διάνυσμα του $\mathbb{R}^n$. Δείξτε ότι η (1) συγκλίνει στην μοναδική λύση του γραμμικού συστήματος $x = Tx + c$, αν και μόνο αν $\rho(T) < 1$, όπου $\rho(T)$ η *φασματική ακτίνα* του πίνακα T.

ΘΕΜΑ 2ο *(Μον. 25)*

Έστω διάστημα (a, b), έστω w συνάρτηση βάρους στο (a, b), τέτοια ώστε

$$\int_a^b w(x)dx > 0 \text{ και } \int_a^b w(x)x^k dx < \infty, \; k = 0, 1, 2, \ldots$$

και θεωρήστε το εσωτερικό γινόμενο,

$$(f, g) := \int_a^b w(x)f(x)g(x)dx. \tag{2}$$

Έστω $\{\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \ldots\}$, *ακολουθία ορθογωνίων πολυωνύμων* ως προς το εσωτερικό γινόμενο (2), όπου $deg(\varphi_n) = n$. Στα παρακάτω συμβολίζουμε με $\mathbb{P}_n$ το σύνολο των πραγματικών πολυωνύμων βαθμού n. Έστω $w_i \in \mathbb{R}$, $i = 0, 1, \ldots, n$ και έστω $x_0, x_1, \ldots, x_n$, $n + 1$ διακριτά σημεία του (a, b). Θεωρήστε τον κανόνα ολοκλήρωσης

$$\int_a^b w(x)f(x)dx = \sum_{i=0}^{n} w_i f(x_i) + E_n(f) \tag{3}$$

όπου

$$w_i = \int_a^b w(x)\ell_i(x)dx, \text{ με } \ell_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \tag{4}$$

και $E_n(f)$ το σφάλμα. Δείξτε ότι $E_n(p) = 0$ για κάθε $p \in \Pi_n$.

Λέμε ότι ο κανόνας (3) έχει **βαθμό ακριβείας** m, όταν $E_n(p) = 0$, για κάθε $p \in \mathbb{P}_m$ και $E_n(\widehat{p}) \neq 0$, για κάποιο $\widehat{p} \in \Pi_{m+1}$. Αν τα σημεία ολοκλήρωσης $x_0, x_1, \ldots, x_n$ του (3)–(4), επιλεγούν να είναι οι ρίζες του ορθογωνίου πολυωνύμου ϕ_{n+1}, δείξτε ότι ο κανόνας ολοκλήρωσης που προκύπτει, έχει βαθμό ακριβείας $2n + 1$.

$\boxed{\text{ΝΑ ΛΥΘΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ 4 ΘΕΜΑΤΑ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜ. ΑΝΑΛΥΣΗΣ}}$

ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Παρακαλώ λύσετε δύο από τα τρία θεματα.

Θεμα 1. Να λυθεί το πρόβλημα συνοριακών τιμών

$$\begin{cases} u_x u_y = u & (x,y) \in \mathbb{R} \times (0,+\infty) \\ u(x,0) = x^2 & x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Θεμα 2. (i) Έστω u είναι μια αρμονική συνάρτηση στο Ω. Δείξτε ότι

$$u(x) = ⨍_{\partial B(x,r)} u\,dS = ⨍_{B(x,r)} u\,dy$$

για κάθε μπάλα $B(x,r) \subset \Omega$.

(ii) Έστω u είναι μια αρμονική συνάρτηση στο $\mathbb{R}^n$. Δείξτε ότι αν

$$\int_{\mathbb{R}^n} u^2 dx < \infty$$

τότε η u είναι ταυτοτικά μηδέν.

Θεμα 3. (i) Να διατυπωθεί και να αποδειχθεί η ασθενής μορφή της αρχής του μεγίστου για την εξίσωση του Laplace σε ένα φραγμένο και συνεκτικό χωρίο $\Omega \subset \mathbb{R}^2$.

(ii) Να αποδειχθεί η L^∞ ευστάθεια του προβλήματος

$$\begin{aligned} \Delta u &= f(x,y), && \text{στο } \Omega \\ u(x,y) &= h(x,y), && \text{στο } \partial\Omega\,, \end{aligned} \tag{1}$$

όπου $f, h : \bar{\Omega} \to \mathbb{R}$ δεδομένες ομαλές συναρτήσεις.

(iii) Έστω $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ μία αύξουσα συνάρτηση. Αποδείξτε μοναδικότητα ομαλών λύσεων $u(x,y)$ του προβλήματος:

$$\begin{aligned} \Delta u - u &= g(u), && \text{στο } \Omega \\ \frac{\partial u}{\partial n} &= h(x,y), && \text{στο } \partial\Omega\,. \end{aligned} \tag{2}$$

όπου $h : \partial\Omega \to \mathbb{R}$ μία δεδομένη συνάρτηση και n το κάθετο εξωτερικό μοναδιαίο διάνυσμα στο ομαλό σύνορο $\partial\Omega$.

Θεωρία Αναπαραστάσεων

Θέμα 1

Εστω G πεπερασμένη ομάδα και V ένα ανάγωγο $\mathbb{C}G$-μόδιο. Δείξτε τα ακόλουθα:

(ι) Αν $z \in Z(\mathbb{C}G)$, τότε υπάρχει $\lambda \in \mathbb{C}$ τέτοιο ώστε $vz = \lambda v$ για όλα τα $v \in V$. (4μ)

(ιι) Αν V είναι πιστό, τότε $Z(G)$ είναι κυκλική. (6μ)

Θέμα 2

(ι) Εστω $G \leq S_n$. Δείξτε ότι η συνάρτηση $\nu: G \to \mathbb{C}$ όπου ορίζεται με

$\nu(g) = |fix(g)| - 1$ $(g \in G)$ είναι χαρακτήρας της G. (4μ)

(ιι) Βρείτε τον πίνακα χαρακτήρων της S_4. (6μ)